Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n+1}{n}(x-9)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{x^2+y^2}-1}{\operatorname{tg}(x^2+y^2)}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{4xy(y^2-x^2)}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = x^4 + y^3 - 4x^2 - 3y^2.$$

6. Determinare gli estremi globali della seguente funzione
$$f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 4x - 7 \quad \text{nell' insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 9\}.$$

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n+1}}{n!}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 1}{n}(x-3)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{x^2-y^2}-1}{\operatorname{tg}(x^2+y^2)}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(1,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \frac{x^2 y}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = x^4 - y^3 - 4x^2 - 3y^2.$$

6. Determinare gli estremi globali della seguente funzione
$$f(x,y) = 2x^2 + y^2 + 6x - 7 \quad \text{nell' insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 16\}.$$

Nome e cognome:...
Matricola: ....
CFU:..

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume del solido
$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 9, -x \leq y \leq x\sqrt{3}\}.$$

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma \frac{y-1}{x}\, ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (2 + \cos(t), 1 + \sin(t)),\ t \in [0, \pi]$.

3. Calcolare l'area della seguente superficie Σ di equazione cartesiana
$$z = x^2 + y^2,\ 1 \leq z \leq 4.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (x^3y^2 + xy + 2)dx + \left(\frac{1}{2}x^4y + \frac{1}{2}x^2 + e^y\right) dy$$
è esatta in $\mathbb{R}^2$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0, 2)$ e come secondo estremo il punto $B = (1, 1)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x < 2, y > x^2 - 4, y < x + 2\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando le formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} zdx + xydy + xzdz$$
esteso al bordo della porzione di piano $z = 1 - x - \frac{y}{2}$, che si proietta sul triangolo di vertici $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$ e $C = (0, 2)$.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 7^n}{n(n+1)}(x-1)^n.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{4x^2y^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi della funzione
$$f(x,y) = \frac{5}{3}y^3 - \frac{13}{2}y^2 + 6x \text{ vincolati al piano } x + y - 2 = 0.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (x^3y^2 + xy + 2)dx + \left(\frac{1}{2}x^4y + \frac{1}{2}x^2 + e^y\right) dy$$
è esatta in $\mathbb{R}^2$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0,2)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,1)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x < 2, y > x^2 - 4, y < x + 2\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando le formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} z dx + xy dy + xz dz$$
esteso al bordo della porzione di piano $z = 1 - x - \frac{y}{2}$, che si proietta sul triangolo di vertici $A = (0,0)$, $B = (1,0)$ e $C = (0,2)$.

Nome e cognome:..
Matricola: ....
CFU:...

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume del solido
$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \le z \le 4, x \ge y \ge -x\sqrt{3}\}.$$

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma \sqrt{x^2 + y^2}\, ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (e^t \cos(t), e^t \sin(t)),\ t \in [0, 2\pi]$.

3. Calcolare l'area della seguente superficie Σ di equazione cartesiana
$$z = x^2 + y^2, \text{ con } x^2 + y^2 \ge 1, z \le 2.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{2xy}{(1 + x^2)^2} dx - \frac{1}{1 + x^2} dy$$
è esatta in $\mathbb{R}^2$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è il segmento che congiunge i punti $A = (0, 0)$ e $B = (1, 1)$ nell'ordine.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x < 1, y > x^2 - 3, y < 3 - x\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando le formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (1 + 2z)dx + y^2dy + xydz$$
esteso al bordo della curva intersezione del piano $z = 2 - x - y$ con il cilindro $x^2 + y^2 = \frac{1}{16}$.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n^2-n}}{n!}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2^n}{n(n+1)}(x+3)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y - x^2y^2}{x^4 + y^4}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2x^2y^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = \frac{y^2}{4} - (x+1)\sin(y) \text{ con } y \in [0, 2\pi].$$

6. Determinare gli estremi della funzione
$$f(x,y) = x^2y - 2x^2 - y + 2x \quad \text{vincolati al piano } 5x - y + 4 = 0.$$

Nome e cognome:..

Matricola:..

CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2^n}{n(n+1)}(x+3)^n.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2x^2y^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi della funzione
$$f(x,y) = x^2y - 2x^2 - y + 2x \text{ vincolati al piano } 5x - y + 4 = 0.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{2xy}{(1+x^2)^2}dx - \frac{1}{1+x^2}dy$$
è esatta in $\mathbb{R}^2$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è il segmento che congiunge i punti $A = (0,0)$ e $B = (1,1)$ nell'ordine.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x < 1, y > x^2 - 3, y < 3 - x\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando le formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (1+2z)dx + y^2dy + xydz$$
esteso al bordo della curva intersezione del piano $z = 2 - x - y$ con il cilindro $x^2 + y^2 = \frac{1}{16}$.

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere delle serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{1}{n}\right) \quad \text{e} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{1}{n}\right).$$

2. Dire se esistono, ed eventualmente calcolare, i seguenti limiti

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(xy)}{x^2+y^2} \quad \text{e} \quad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x^2+y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

3. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = x - x^2 - y^2 \text{ nel dominio } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1\}.$$

4. Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{1}{x\sqrt{xy}}dx + \frac{1}{y\sqrt{xy}}dy,$$

   dire se è esatta e in caso affermativo trovare una funzione potenziale.
   Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (2+\cos(t), 1+\sin(t))$ con $t \in [0,\pi]$.

5. Sia definito il dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2+y^2 \leq 2\}.$$

   Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale

$$\int_{\partial^+\Sigma} (x+y)dx + (z-y)dy + xydz$$

   dove $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2+y^2, x^2+y^2 \leq 4\}$.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2^n}{n(n+1)}(x+3)^n.$$

2. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y - x^2y^2}{x^4 + y^4}.$$

3. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = y - y^2 - x^2 \text{ nel dominio } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

4. Dire se la seguente forma

$$\omega = (x^3y^2 + xy + 2)dx + \left(\frac{1}{2}x^4y + \frac{1}{2}x^2 + e^y\right) dy$$

è esatta in $\mathbb{R}^2$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0,2)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,1)$.

5. Sia definito il dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}.$$

Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale

$$\int_{\partial^+\Sigma} (1+2z)dx + y^2dy + xydz$$

esteso al bordo della superficie intersezione del piano $z = 2 - x - y$ con il cilindro $x^2 + y^2 = \frac{1}{16}$.

Nome e cognome:..
Matricola: ....
CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n (n+1)^3} x^n.$$

2. Determinare per quale valore di α è continua in $(0,0)$ la seguente funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(xy^2)}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ \alpha & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = x^2 + y^2 - 3xy + 2 \text{ nel dominio } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

4. Dire se la seguente forma

$$\omega = (y-z)dx + (x-z)dy - (x+y)dz$$

è esatta in $\mathbb{R}^3$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, con $\gamma(t) = (t, t^3, 3)$, $0 \leq t \leq 1$.

5. Utilizzare una delle formule di Gauss-Green per calcolare il seguente integrale

$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\, dxdy$$

in cui $D = \{x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale

$$\int_{\partial^+\Sigma} -y^3 dx + x^3 dy - z^3 dz,$$

dove $\partial\Sigma$ è il bordo di $\Sigma = \{x + y + z = 2, x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2^n}{n(n+1)}(x+3)^n.$$

2. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y - x^2y^2}{x^4 + y^4}.$$

3. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione
$$f(x,y) = x^2 + y^2 - 3xy + 2 \text{ nel dominio } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (y-z)dx + (x-z)dy - (x+y)dz$$
è esatta in $\mathbb{R}^3$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, con $\gamma(t) = (t, t^3, 3)$, $0 \leq t \leq 1$.

5. Utilizzare una delle formule di Gauss-Green per calcolare il seguente integrale
$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\, dxdy$$
in cui $D = \{x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (1+2z)dx + y^2dy + xydz$$
esteso al bordo della curva intersezione del piano $z = 2 - x - y$ con il cilindro $x^2 + y^2 = \frac{1}{16}$.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n^2-n}}{n!}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2^n}{n(n+1)}(x+11)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y - x^2y^2}{x^4+y^4}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(0,1)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \sqrt[3]{x^2(y-1)} + 1.$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = \frac{y^2}{4} - (x+1)\sin(y) \text{ con } y \in [0, 2\pi].$$

6. Determinare gli estremi della funzione
$$f(x,y) = x^2y - 2x^2 - y + 2x \quad \text{vincolati al piano } 5x - y + 4 = 0.$$

Nome e cognome:..

Matricola:..

CFU:..

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-n}}{n!}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+4^n}{n(n+1)}(x+6)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y - xy^2}{x^2+y^2}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = |x| \ln(1+y).$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = x^4 + y^3 - 4x^2 - 3y^2.$$

6. Determinare gli estremi della funzione
$$f(x,y) = \frac{5}{3}y^3 - \frac{13}{2}y^2 + 6x \qquad \text{vincolati al piano } x+y-2=0.$$

Nome e cognome:..
Matricola: ....
CFU:...

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume del solido
$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq \sqrt{x^2 + y^2},\ x^2 + y^2 + z^2 - z \leq 0\}.$$

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma ((x-2)(y-1)+1)\, ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (2 + 2\cos(t), 1 + 2\sin(t)),\ t \in [0, 2\pi]$.

3. Calcolare il seguente integrale superficiale
$$\iint_\Sigma \frac{y+1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{4} + 4y^2}}\, d\sigma,$$
dove Σ è la porzione del paraboloide ellittico $z = -\frac{x^2}{4} - y^2$ situata sopra il piano $z = -1$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{y}{\sqrt{1+2xy}}dx + \frac{x}{\sqrt{1+2xy}}dy$$
è esatta nel suo dominio, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0, 0)$ e come secondo estremo il punto $B = (1, 2)$.

5. Usando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\iint_D (4x^3y - x)\, dxdy,$$
dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y^2, 0 \leq y \leq 1, x^2 + y^2 \leq 5\}$.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} xdx + ydy + xydz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:...

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il seguente integrale triplo
$$\iiint_A (x^2+y^2)\,dxdydz,$$
dove A è la regione contenuta all'interno del cilindro $x^2+y^2=1$, al di sotto del piano $z=3$ e al di sopra del paraboloide $z=1-x^2-y^2$.

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma 3\sqrt{2}\,xyz^2\,ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t)=(\frac{1}{3}t^3, \frac{\sqrt{2}}{2}t^2, t),\ t\in[0,1]$.

3. Calcolare l'area della porzione di superficie Σ di equazione cartesiana $z=\sqrt{x^2+y^2}$ situata al di sotto del piano $z=\frac{1}{\sqrt{2}}(y+2)$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = 2yzdx + 2z(x+3y)dy + (y(2x+3y)+2z)dz$$
è esatta nel suo dominio, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A=(1,1,1)$ e come secondo estremo il punto $B=(2,3,4)$.

5. Usando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\iint_D (3-2x^2y)\,dxdy,$$
dove $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\geq 1, 0\leq x\leq 1, 0\leq y\leq x^2+1\}$.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} zdx + xdy + ydz$$
lungo il bordo della superficie Σ di equazione $z=xy$ che si proietta nel dominio $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\leq 1\}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente e/o totalmente
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{(n-1)(n+2)}(x-2)^n.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = 2xy + e^{-(x+y)^2}.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{y}{\sqrt{1+2xy}}dx + \frac{x}{\sqrt{1+2xy}}dy$$
è esatta nel suo dominio, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0,0)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,2)$.

5. Usando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\iint_D (4x^3 y - x)\, dxdy,$$
dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y^2, 0 \leq y \leq 1, x^2 + y^2 \leq 5\}$.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} xdx + ydy + xydz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente e/o totalmente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{(2n+1)(2n+3)}(x-3)^n.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi della funzione
$$f(x,y) = x^2 + y^2 + \frac{3}{2}x + 1 \quad \text{nell'insieme } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 - 1 = 0\}.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = 2yzdx + 2z(x+3y)dy + (y(2x+3y) + 2z)dz$$
è esatta nel suo dominio, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1,1,1)$ e come secondo estremo il punto $B = (2,3,4)$.

5. Usando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\iint_D (3 - 2x^2y)\, dxdy,$$
dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2 + 1\}$.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} zdx + xdy + ydz$$
lungo il bordo della superficie Σ di equazione $z = xy$ che si proietta nel dominio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome:..
Matricola: ....
CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire la convergenza puntuale della seguente serie di funzioni
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sqrt{n}}{3+n}\Big(\frac{5x}{x-1}\Big)^n.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)\sin\Big(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\Big) & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione
$$f(x,y) = xy \quad \text{nell'insieme } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1\}.$$

4. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la forma differenziale
$$\omega = -\frac{2x\sin(4y)}{4x^2+7}dx - \cos(4y)\ln(a^2x^2+1)dy$$
è esatta nel suo dominio. Per uno di tali valori, trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una qualunque curva regolare avente come primo estremo il punto $A = (0, \frac{\pi}{2})$ e come secondo estremo il punto $B = (1, \frac{3}{8}\pi)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 - 3 \leq y \leq 3 - x\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema della divergenza, il flusso del campo $F(x,y,z) = (3y - x, z^2, xy)$ uscente dalla sfera centrata nell'origine e raggio 3.

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire la convergenza puntuale della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+3}\Big(\frac{4x}{x+1}\Big)^n.$$

(Si consiglia la sostituzione $t = \frac{4x}{x+1}$.)

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente

$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)\sin\Big(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\Big) & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare i massimi e minimi relativi della funzione

$$f(x,y) = y(1-x^2)\, e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2}}.$$

4. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la forma differenziale

$$\omega = \frac{2x\cos(7y)}{7x^2+9}dx - \sin(7y)\ln(a^2x^2+1)dy$$

è esatta nel suo dominio. Per uno di tali valori, trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una qualunque curva regolare avente come primo estremo il punto $A = (1, 2\pi)$ e come secondo estremo il punto $B = (3,0)$.

5. Sia definito il dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y - 3 \leq x \leq 5 - y^2, 0 \leq y \leq 2\}.$$

Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema della divergenza, il flusso del campo $F(x,y,z) = (x^3, y^3, z^3)$ uscente dalla corona sferica $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 9\}$.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n(n+1)^3} x^n.$$

2. Determinare per quale valore di α è continua in $(0,0)$ la seguente funzione
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(xy^2)}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ \alpha & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare i massimi e minimi relativi della funzione
$$f(x,y) = y(1-x^2)\, e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2}}.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (y-z)dx + (x-z)dy - (x+y)dz$$
è esatta in $\mathbb{R}^3$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, con $\gamma(t) = (t, t^3, 3)$, $0 \leq t \leq 1$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y-3 \leq x \leq 5-y^2, 0 \leq y \leq 2\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema della divergenza, il flusso del campo $F(x,y,z) = (x^3, y^3, z^3)$ uscente dalla corona sferica $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 9\}$.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n(n+1)} x^n.$$

2. Determinare per quale valore di α è continua in $(0,0)$ la seguente funzione
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{e^{(x^2+y^2)}-1}{\operatorname{tg}(x^2+y^2)} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ \alpha & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi globali della funzione
$$f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 4x - 7 \quad \text{nell'insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9\}.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = 2yz\,dx + 2z(x+3y)\,dy + (y(2x+3y) + 2z)\,dz$$
è esatta in $\mathbb{R}^3$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, con $\gamma(t) = (t, t^3, 3)$, $0 \leq t \leq 1$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 2,\ y \geq x^2 - 4,\ y \leq x + 2\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema della divergenza, il flusso del campo
$$F(x,y,z) = (x^3 + y, y^3 + z, z^3 + x)$$
uscente dalla corona sferica $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n(n+1)} x^n.$$

2. Stabilire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x^2+y^2)}{1-\cos(x^2+y^2)} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 2 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi globali della funzione
$$f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 4x - 7 \quad \text{nell'insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = e^x\, yz\, dx + e^x\, z\, dy + e^x\, y\, dz$$
è esatta in $\mathbb{R}^3$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, con $\gamma(t) = (t, t^2, 2)$, $0 \leq t \leq 1$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 3,\ y \geq x^2 - 9,\ y \leq x + 3\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema della divergenza, il flusso del campo
$$F(x,y,z) = (x^3 + xy + xz, y^3 - yz, z^3 - yz)$$
uscente dalla corona sferica $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 3\}$.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n-n^2}}{n!}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+4^n}{n^2+n}(x+2)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\ln(1+x^2+y^2)}{1-\cos(x^2+y^2)}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,2)$, differenziabile in $(0,2)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \sqrt[5]{x^3(y^2-4)} + 4.$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = y^2 + (x+2)\cos(y) \text{ con } y \in [0, 2\pi].$$

6. Determinare gli estremi della funzione
$$f(x,y) = xy \quad \text{vincolati alla circonferenza } x^2+y^2-1=0.$$

Nome e cognome: . . . .

Matricola: . . . .

CFU: . . . .

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^n}{n(n+1)}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+6^n}{n^2+n}(x+1)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\ln(1+x^2+y^2)}{x^2+y^3}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = x^2 \ln(1+y).$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = e^{x-y}(x^2-2y^2).$$

6. Determinare gli estremi globali della funzione
$$f(x,y) = xy \quad \text{nell'insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+2y^2 \le 1\}.$$

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume del solido
$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2x,\ z^2 \leq x^2 + y^2\}.$$

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma (3x + \sqrt{y})\, ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (t, t^2),\ t \in [0, 1]$.

3. Calcolare il seguente integrale superficiale
$$\iint_\Sigma \frac{y + 2}{\sqrt{1 + x^2 + \frac{y^2}{4}}}\, dS,$$
dove Σ è la porzione del paraboloide ellittico $z = -\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}$ situata sopra il piano $z = -1$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = -\frac{2x}{y - x^2} dx + \frac{1}{y - x^2} dy + dz$$
è esatta nel suo dominio, qualora non lo fosse trovare un insieme in cui sia esatta e determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0, 1, 1)$ e come secondo estremo il punto $B = (1, 2, 2)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : -y \leq x \leq -\frac{y^2}{25} - \frac{2}{5} y \right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (y + z)dx + 2(x + z)dy + 3(x + y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2 + y^2 = 9$ e del paraboloide $z = 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume contenuto tra la semisfera superiore $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e il paraboloide $z = \sqrt{2}(x^2 + y^2)$.

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_\gamma \frac{x^2(1+8y)}{\sqrt{1+y+4x^2y}}\, ds,$$

dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (t, t^2, \ln(t)),\ t \in [1,2]$.

3. Calcolare l'area della porzione di superficie Σ di equazione cartesiana $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ situata al di sotto del piano $z = \frac{1}{2}(y+1)$.

4. Dire se la seguente forma

$$\omega = (2x + 5y^3)dx + (15xy^2 + 2y)dy$$

è esatta nel suo dominio, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t))$ con $t \in [0, 2\pi]$.

5. Sia definito il dominio

$$D = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{25} + \frac{2}{5}y \le x \le y \right\}.$$

Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale

$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y + z)dx + (3x + z)dy + (3x + 2y)dz$$

lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 1$ e del paraboloide $z = 9 - x^2 - y^2$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=0}^{\infty} (2 - x^2)^n.$$
Suggerimento: porre $t = 2 - x^2$.
Facoltativo: Determinare la somma della serie.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \frac{\sqrt{1 + x^2 - y^2}}{1 + x^2 + y^2}.$$

3. Determinare gli estremi della funzione $f(x,y) = x^2 + y^2 + \frac{3}{2}x + 1$ vincolati all'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 - 1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = -\frac{2x}{y - x^2}dx + \frac{1}{y - x^2}dy + dz$$
è esatta nel suo dominio, qualora non lo fosse trovare un insieme in cui sia esatta e determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0,1,1)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,2,2)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : -y \leq x \leq -\frac{y^2}{25} - \frac{2}{5}y \right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (y + z)dx + 2(x + z)dy + 3(x + y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2 + y^2 = 9$ e del paraboloide $z = 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente e/o totalmente
$$\sum_{n=0}^{\infty}(3-x^2)^n.$$
Suggerimento: porre $t = 3 - x^2$.
Facoltativo: Determinare la somma della serie.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(1,0)$, differenziabile in $(1,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = 1 + 4e^{\frac{y}{x}} + xy^2.$$

3. Determinare gli estremi della funzione $f(x,y) = 4x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1$ vincolati all'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 - 1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (2x + 5y^3)dx + (15xy^2 + 2y)dy$$
è esatta nel suo dominio, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t))$ con $t \in [0, 2\pi]$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{25} + \frac{2}{5}y \leq x \leq y\right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y + z)dx + (3x + z)dy + (3x + 2y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 1$ e del paraboloide $z = 9 - x^2 - y^2$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume del solido

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2y,\ z^2 \leq x^2 + y^2\}.$$

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_\gamma (2x + 2\sqrt{y})\, ds,$$

dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (t, t^2),\ t \in [0, 1]$.

3. Calcolare l'area della porzione di superficie Σ di equazione cartesiana $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ situata al di sotto del piano $z = \frac{1}{2}(y + 1)$.

4. Dire se la seguente forma

$$\omega = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} + \frac{dz}{z}$$

è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1, 1, 1)$ e come secondo estremo il punto $B = (2, 2, 2)$.

5. Sia definito il dominio

$$D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{4} + \frac{2}{3}y \leq x \leq y\right\}.$$

Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale

$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y + z)dx + (x + 3z)dy + (4x + y)dz$$

lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2 + y^2 = 4$ e del paraboloide $z = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome:..
Matricola:..
CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}(2-x^2)^n.$$
Suggerimento: porre $t = 2 - x^2$.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \frac{\ln(1+x^2-y^2)}{1+x^2+y^2}.$$

3. Utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare gli estremi della funzione $f(x,y) = x^2+y^2+\frac{3}{2}x+1$ vincolati all'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2+y^2-1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{dx}{x^2} + \frac{dy}{y^2} + \frac{dz}{z^3}$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1,1,1)$ e come secondo estremo il punto $B = (2,2,2)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{4} + \frac{2}{3}y \le x \le y \right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y+z)dx + (x+3z)dy + (4x+y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome:..

Matricola:..

CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n}(3-x^2)^n.$$
Suggerimento: porre $t = 3 - x^2$.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = 1 - \sqrt{x^2+y^2}.$$

3. Utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare gli estremi della funzione $f(x,y) = 4x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1$ vincolati all'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 - 1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{dx}{x^2} + \frac{dy}{y^3}$$
è esatta nel suo dominio, qualora non lo fosse trovare un insieme in cui sia esatta e determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove $\gamma(t) = (2+\cos(t), 2+\sin(t))$ con $t \in [0, 2\pi]$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -y \le x \le -\frac{y^2}{4} - \frac{2}{3}y\right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} 2(y+z)dx + (x+4z)dy + (2x+3y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2=3$ e del paraboloide $z = 1 - 3x^2 - 3y^2$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume del solido
$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2y,\ z^2 \leq x^2 + y^2\}.$$

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma (2x + 2\sqrt{y})\, ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (t, t^2),\ t \in [0, 1]$.

3. Calcolare l'area della porzione di superficie Σ di equazione cartesiana $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ situata al di sotto del piano $z = \frac{1}{2}(y + 1)$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} + \frac{dz}{z}$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1, 1, 1)$ e come secondo estremo il punto $B = (2, 2, 2)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{4} + \frac{2}{3}y \leq x \leq y\right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y + z)dx + (x + 3z)dy + (4x + y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome: ....
Matricola: ....
CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{6n}(3-x^2)^n.$$
Suggerimento: porre $t = 3 - x^2$.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = 2 + 4\sqrt{x^2+y^2}.$$

3. Utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare gli estremi della funzione $f(x,y) = 4x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1$ vincolati all'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 - 1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{dx}{x^2} + \frac{dy}{2y^2} + \frac{dz}{3z^3}$$
è esatta nel suo dominio, qualora non lo fosse trovare un insieme in cui sia esatta e determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1,2,3)$ e come secondo estremo il punto $B = (4,5,6)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -y \le x \le -\frac{y^2}{4} - \frac{2}{3}y\right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} 2(y+z)dx + (x+4z)dy + (2x+3y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 3$ e del paraboloide $z = 1 - 3x^2 - 3y^2$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n}(2-x^2)^n.$$
Suggerimento: porre $t = 2 - x^2$.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(1,0)$, differenziabile in $(1,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = 1 + \sqrt{(x-1)^2 + y^2}.$$

3. Utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare gli estremi della funzione $f(x,y) = x^2+y^2+\frac{3}{2}x+1$ vincolati all'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2+y^2-1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{dx}{2x^2} + \frac{dy}{4y^2} + \frac{dz}{6z^3}$$
è esatta nel suo dominio, qualora non lo fosse trovare un insieme in cui sia esatta e determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1,1,1)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,2,2)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{4} + \frac{2}{3}y \leq x \leq y\right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y+z)dx + (x+3z)dy + (4x+y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}(2-x^2)^n.$$
Suggerimento: porre $t = 2 - x^2$.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,1)$, differenziabile in $(0,1)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = 1 + \sqrt{x^2 + (y-1)^2}.$$

3. Utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare gli estremi della funzione $f(x,y) = x^2+y^2+\frac{3}{2}x+1$ vincolati all'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2+y^2-1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{dx}{3x^2} + \frac{dy}{5y^2} + \frac{dz}{7z^3}$$
è esatta nel suo dominio, qualora non lo fosse trovare un insieme in cui sia esatta e determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1,1,1)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,1,2)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{4} + \frac{2}{3}y \le x \le y\right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y+3z)dx + (4x+5z)dy + (6x+7y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

Versione A

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-1}{n+n^2}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+3^n}{n}(x-2)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{|(x,y)|\to\infty} \frac{\sin(\frac{1}{x^2+y^2})}{\ln(1+\frac{2}{x^2+y^2})}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, derivabile parzialmente in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = 2x^4 - 3y^3 - 4x^2 - y^2.$$

6. Determinare gli estremi globali della funzione
$$f(x,y) = xy \quad \text{nell'insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1\}.$$

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

Versione B

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4n^2 + n^3}{2n^3 + 10}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)^3} x^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{|(x,y)|\to\infty} \frac{1 - \cos(\frac{3}{x^2+y^2})}{e^{\frac{4}{x^2+y^2}} - 1}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, derivabile parzialmente in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = 2x^4 + 3y^3 - 4x^2 - y^2.$$

6. Determinare gli estremi globali della funzione
$$f(x,y) = xy \quad \text{nell'insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 3y^2 \leq 1\}.$$

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

Versione A

1. Calcolare il seguente integrale triplo
$$\iiint_A \sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz$$
con A limitata dal cilindro $x^2+y^2=25$ e dai piani $z=-1$ e $z=2$.

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma \frac{x^2(1+8y)}{\sqrt{1+y+4x^2y}}\,ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t)=(t,t^2,\ln t),\ t\in[1,2]$.

3. Calcolare il seguente integrale superficiale
$$\iint_\Sigma \frac{y+1}{\sqrt{1+\frac{x^2}{4}+4y^2}}\,dS,$$
dove Σ è la porzione del paraboloide ellittico $z=-\frac{x^2}{4}-y^2$ situata al di sopra del piano $z=-1$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega=\left(\frac{y^2}{x}+\cos y\right)dx+(2y\ln x-x\sin y)dy$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A=(1,\pi)$ e come secondo estremo il punto $B=(2,\frac{\pi}{2})$.

5. Utilizzando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\int_{\partial^+D} xydx+x^4ydy,$$
dove ∂^+D è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3, γ_4 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x=y^2$, $y=1$, $x^2+y^2=5$, $y=0$ $(x,y\geq 0)$.

6. Utilizzando il teorema di Stokes, calcolare la circuitazione
$$\int_{\partial^+\Sigma} xdx+ydy+xydz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2=4$ e del paraboloide $z=\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

Versione B

1. Calcolare il seguente integrale triplo
$$\iiint_A x\, dxdydz$$
con A compresa tra i cilindri $x^2+z^2=1$ e $x^2+z^2=4$ e tra i piani $y=0$ e $y=z+2$.

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma \frac{x^2(1+z)}{\sqrt{1+y+4x^2y}}\, ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t)=(t,t^2,\ln t),\ t\in[1,2]$.

3. Calcolare il seguente integrale superficiale
$$\iint_\Sigma \frac{1}{1+4x^2+4y^2}\, dS,$$
dove Σ è il grafico di $z=2xy$ con $(x,y)\in D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: -x\le y\le 0,\ x^2+y^2\le 1\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega=(2x\ln y-y\sin x)dx+\left(\frac{x^2+1}{y}+\cos x\right)dy$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A=(\pi,1)$ e come secondo estremo il punto $B=(\frac{\pi}{2},2)$.

5. Utilizzando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\int_{\partial^+D} x^2y^2dx+2xdy,$$
dove ∂^+D è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x^2+y^2=1$, $x=1$, $y=x^2+1$ $(x,y\ge 0)$.

6. Utilizzando il teorema di Stokes, calcolare il flusso del rotore di
$$\mathbf{F}(x,y,z)=(y+z,2(x+z),3(x+y))$$
uscente dalla porzione della superficie Σ di equazione $x^2+y^2+z^2=2$ che sta sopra il piano $z=y$.

Nome e cognome:..
Matricola: ....
CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Versione A

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{(x+3)^n}{n3^n}.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(-1,2)$, derivabile in $(-1,2)$, differenziabile in $(-1,2)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2}.$$

3. Data la funzione $f(x,y) = x^2(y+1) - 2y$ trovare i punti stazionari di f e discuterne il tipo. Calcolare massimo e minimo assoluto di f sull'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{1+x^2} \leq y \leq 2\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \left(\frac{y^2}{x} + \cos y\right) dx + (2y \ln x - x \sin y) dy$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1, \pi)$ e come secondo estremo il punto $B = (2, \frac{\pi}{2})$.

5. Utilizzando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\int_{\partial^+ D} xydx + x^4 ydy,$$
dove $\partial^+ D$ è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3, γ_4 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x = y^2$, $y = 1$, $x^2 + y^2 = 5$, $y = 0$ $(x, y \geq 0)$.

6. Utilizzando il teorema di Stokes, calcolare la circuitazione
$$\int_{\partial^+ \Sigma} xdx + ydy + xydz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Versione B

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{3^n \ln n}.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(2, -1)$, derivabile in $(2, -1)$, differenziabile in $(2, -1)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x, y) = \sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2}.$$

3. Data la funzione $f(x, y) = y^2(x+1) - 2x$ trovare i punti stazionari di f e discuterne il tipo. Calcolare massimo e minimo assoluto di f sull'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{1+x^2} \leq y \leq 2\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (2x \ln y - y \sin x)dx + \left(\frac{x^2+1}{y} + \cos x\right) dy$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (\pi, 1)$ e come secondo estremo il punto $B = (\frac{\pi}{2}, 2)$.

5. Utilizzando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\int_{\partial^+ D} x^2 y^2 dx + 2x dy,$$
dove $\partial^+ D$ è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x^2 + y^2 = 1$, $x = 1$, $y = x^2 + 1$ $(x, y \geq 0)$.

6. Utilizzando il teorema di Stokes, calcolare il flusso del rotore di
$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y+z, 2(x+z), 3(x+y))$$
uscente dalla porzione della superficie Σ di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ che sta sopra il piano $z = y$.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Recupero seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il seguente integrale triplo
$$\iiint_A x\,dxdydz$$
con A compresa tra i cilindri $x^2+y^2=1$ e $x^2+y^2=4$ e tra i piani $z=0$ e $z=y+2$.

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma \frac{x(1+xz)}{\sqrt{1+y+4x^2y}}\,ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t)=(t,t^2,\ln t),\ t\in[1,2]$.

3. Calcolare il seguente integrale superficiale
$$\iint_\Sigma \frac{1}{1+2x^2+2y^2}\,dS,$$
dove Σ è il grafico di $z=\sqrt{2}xy$ con $(x,y)\in D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : -x\le y\le 0,\ x^2+y^2\le 4\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega=(x^2+5y+3yz)dx+(5x+3xz-2)dy+(3xy-4z)dz$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A=(-1,0,1)$ e come secondo estremo il punto $B=(-2,0,2)$.

5. Utilizzando il **teorema di Gauss-Green**, calcolare
$$\int_{\partial^+ D} 2x^2y^2dx+4xdy,$$
dove ∂^+D è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x^2+y^2=1$, $x=1$, $y=x^2+1$ $(x,y\ge 0)$.

6. Utilizzando il **teorema di Stokes**, calcolare il flusso del rotore di
$$\mathbf{F}(x,y,z)=(x+y,2(x+z),3(y+z))$$
uscente dalla porzione della superficie Σ di equazione $x^2+y^2+z^2=2$ che sta sopra il piano $z=y$.

Nome e cognome: ....
Matricola: ....
CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Versione A

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+2)^n}{n2^n}.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(-1,-3)$, derivabile in $(-1,-3)$, differenziabile in $(-1,-3)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \sqrt{(x+1)^2 + (y+3)^2}.$$

3. Data la funzione $f(x,y) = x^2(y+1) - 2y$ trovare i punti stazionari di f e discuterne il tipo. Calcolare massimo e minimo assoluto di f sull'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (3y + \cos(x+z^2))dx + (3x + y + z - 1)dy + (y + 2z\cos(x+z^2))dz$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = \left(0, -1, \sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)$ e come secondo estremo il punto $B = \left(0, 2, \sqrt{\frac{3\pi}{2}}\right)$.

5. Utilizzando il **teorema di Gauss-Green**, calcolare
$$\int_{\partial^+ D} 2xydx + \frac{x^4 y}{4} dy,$$
dove $\partial^+ D$ è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3, γ_4 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x = y^2$, $y = 1$, $x^2 + y^2 = 5$, $y = 0$ $(x, y \geq 0)$.

6. Utilizzando il **teorema di Stokes**, calcolare la circuitazione
$$\int_{\partial^+ \Sigma} 2xdx + xydy + yzdz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Versione B

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{2^n \ln n}.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(1,3)$, derivabile in $(1,3)$, differenziabile in $(1,3)$ e calcolare eventualmente il piano tangente

$$f(x,y) = \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2}.$$

3. Data la funzione $f(x,y) = y^2(x+1) - 2x$ trovare i punti stazionari di f e discuterne il tipo. Calcolare massimo e minimo assoluto di f sull'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\}$.

4. Dire se la seguente forma

$$\omega = (x^2 + 5y + 3yz)dx + (5x + 3xz - 2)dy + (3xy - 4z)dz$$

è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (-1,0,1)$ e come secondo estremo il punto $B = (-2,0,2)$.

5. Utilizzando il **teorema di Gauss-Green**, calcolare

$$\int_{\partial^+ D} 2x^2y^2 dx + 4x dy,$$

dove $\partial^+ D$ è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x^2 + y^2 = 1$, $x = 1$, $y = x^2 + 1$ $(x, y \geq 0)$.

6. Utilizzando il **teorema di Stokes**, calcolare il flusso del rotore di

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (x+y, 2(x+z), 3(y+z))$$

uscente dalla porzione della superficie Σ di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ che sta sopra il piano $z = y$.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Versione A

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n3^n}.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(-1,0)$, derivabile in $(-1,0)$, differenziabile in $(-1,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}.$$

3. Data la funzione $f(x,y) = x^2(y+1) - 2y$ trovare i punti stazionari di f e discuterne il tipo. Calcolare massimo e minimo assoluto di f sull'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{2xy}{(1+x^2)^2}dx - \frac{1}{1+x^2}dy$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0,0)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,1)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < y < 1, y^2 < x < \sqrt{5-y^2}, x, y \geq 0\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Utilizzando il **teorema di Stokes**, calcolare la circuitazione
$$\int_{\partial^+\Sigma} xydx + yzdy + xzdz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 1$ e del paraboloide $z = x^2 + y^2$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Versione B

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{3^n \ln n}.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,3)$, derivabile in $(0,3)$, differenziabile in $(0,3)$ e calcolare eventualmente il piano tangente

$$f(x,y) = \sqrt{x^2 + (y-3)^2}.$$

3. Data la funzione $f(x,y) = y^2(x+1) - 2x$ trovare i punti stazionari di f e discuterne il tipo. Calcolare massimo e minimo assoluto di f sull'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\}$.

4. Dire se la seguente forma

$$\omega = (x^3y^2 + xy + 2)dx + \left(\frac{1}{2}x^4y + \frac{1}{2}x^2 + e^y\right) dy$$

è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0,2)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,1)$.

5. Sia definito il dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, \sqrt{1-x^2} < y < x^2 + 1, x, y \geq 0\}.$$

Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Utilizzando il **teorema di Stokes**, calcolare il flusso del rotore di

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (x+y, 2(x+z), 4(y+z))$$

uscente dalla porzione della superficie Σ di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ che sta sopra il piano $z = y$.