Didattica da Registro

1	**30/09/2024 dalle 09:05 alle 11:50 - Lezione**
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Presentazione del corso e prerequisiti **Note:** Presentazione del corso di Analisi Superiore 1: obiettivi, prerequisiti, metodi didattici, modalità di verifica dell'apprendimento, testi di riferimento, contenuti e informazioni varie. Reperibilità delle informazioni e del materiale didattico tramite il sito docente. Introduzione all'analisi complessa, prerequisiti: richiami sul campo dei numeri complessi, sulle operazioni con i numeri complessi e sulle loro proprietà; il piano di Gauss; la forma cartesiana, la forma trigonometrica e la forma esponenziale di un numero complesso. Le serie di potenze in campo complesso. Richiami sulle proprietà della funzione somma di una serie di potenze. Funzioni analitiche in R e criterio di analiticità. La funzione esponenziale complessa e il suo sviluppo in serie di potenze.

2	02/10/2024 dalle 09:14 alle 11:46 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Funzioni complesse di variabile complessa **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Richiami sulla convergenza uniforme di una serie di potenze. La funzione esponenziale complessa e il suo sviluppo in serie di potenze. Il piano complesso esteso. Intorno sferico di centro z_0 e raggio r e topologia in C. Funzioni di variabile reale a valori complessi e funzioni di variabile complessa a valori complessi; limiti di funzioni complesse: definizione ed esempi.

3	03/10/2024 dalle 09:13 alle 10:46 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Funzioni olomorfe **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Limiti di funzioni complesse; funzioni limitate; funzioni continue; funzioni derivabili in senso complesso in un punto; definizione di funzione olomorfa e di funzione intera; algebra delle derivate; derivata di funzione composta; derivata della funzione inversa; legame tra derivabilità in senso complesso e continuità; esempi. Differenziabilità in senso complesso di una funzione complessa e relazione con la derivabilità (c.d.). Relazione tra derivabilità in senso complesso di f(z) e differenziabilità (in senso reale) in due variabili di f(x,y) con condizioni di Cauchy-Riemann (c.d.). Funzioni f: R -> C e funzioni f: C -> C derivabili; legame tra derivabilità della funzione e delle sue componenti.

4	07/10/2024 dalle 09:15 alle 10:49 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Condizioni di Cauchy-Riemann e operatore di Cauchy-Riemann **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Le condizioni di Cauchy-Riemann. Esempi di funzioni derivabili e non; relazione tra il modulo di una funzione derivabile e il determinante jacobiano della funzione vettoriale ad essa associato; condizione necessaria affinché una funzione derivabile in un dominio sia costante (c.d.); esempio di utilizzo di questa proprietà; una funzione definita in un dominio e a valori reali (o a valori immaginari puri), è derivabile se e solo se è costante. Polinomi complessi in x e y e polinomi in z; l'operatore di Cauchy- Riemann e il suo utilizzo per la definizione di olomorfia di una funzione. Verifica della derivabilità di una funzione tramite le condizioni di C-R, e tramite l'operatore di Cauchy-Riemann; esempi.

5	09/10/2024 dalle 09:12 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Le funzioni trascendenti elementari **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Alcune particolari funzioni complesse: funzioni polinomiali e loro zeri; funzione esponenziale complessa, serie esponenziale e proprietà. Funzioni trigonometriche e iperboliche complesse e loro proprietà. Proprietà delle funzioni trascendenti elementari: sviluppi in serie, relazioni fondamentali, non limitatezza.

6	10/10/2024 dalle 09:14 alle 10:46 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Funzioni polidrome **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Le funzioni trascendenti elementari e le loro proprietà, in particolare non limitatezza, periodicità e zeri. Funzione determinazione principale della radice di z come inversa della funzione f(z)=z^2 definita nel semipiano destro; funzione radice principale n-esima complessa. Funzioni polidrome e loro caratteristiche; confronto tra multifunzioni di variabile reale e multifunzioni di variabile complessa; determinazioni delle multifunzione radice n-esima complessa. Punto di diramazione della multifunzione radice quadrata e linea di diramazione; continuità delle determinazioni lungo il piano tagliato lungo una semiretta uscente dall'origine. La multifunzione logaritmo complesso; la determinazione principale del logaritmo complesso come inversa dell'esponenziale con dominio ristretto, e sue proprietà. La multifunzione z^w: casi particolari ed esempi.

7	14/10/2024 dalle 09:14 alle 10:48 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Funzioni armoniche e mappe conformi **Note:** Riepilogo della lezione precedente. La multifunzione z^w: esempi particolari. Calcolo delle derivate del logaritmo complesso e della radice ennesima complessa utilizzando le condizioni di Cauchy- Riemann in coordinate polari. Funzioni armoniche e loro legame con le funzioni olomorfe; esistenza dell'armonica coniugata di una funzione armonica in un aperto semplicemente connesso. Curve nel piano complesso. Mappe conformi: funzioni olomorfe con derivata non nulla conservano gli angoli in ampiezza e in verso (c.d.); trasformazioni conformi viste come cambi di coordinate nel piano; risoluzione del problema di Dirichlet per il Laplaciano usando trasformazioni conformi; visualizzazione grafica di alcune proprietà di trasformazioni conformi.

8	16/10/2024 dalle 09:13 alle 10:47 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Mappe conformi e integrali di funzioni complesse lungo curve in C **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Trasformazione di rette verticali e orizzontali tramite mappe conformi; linee di livello delle parti reale e immaginaria di una trasformazione conforme ed esempi: f(z) = z^2. f(z) = e^z. Potenziale complesso e moto piano stazionario di un fluido incomprimibile e irrotazionale, linee equipotenziali e linee di corrente. Analisi complessa in un'opera d'arte: La galleria di stampe di Esher. Integrali di funzioni complesse lungo curve in C; proprietà dell'integrale: linearità rispetto alla funzione integranda, additività rispetto al cammino di integrazione, invarianza per curve equivalenti; disuguaglianza di Darboux; esempi; legame degli integrali curvilinei di funzioni complesse con gli integrali curvilinei di forme differenzialo lineari piane. Esempi.

9	17/10/2024 dalle 09:15 alle 10:47 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Funzioni primitive e Teorema di Morera **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Funzioni primitive; primitive in un dominio (c.d.). Condizione necessaria per l'esistenza di una primitiva (c.d.); teorema fondamentale del calcolo integrale in C (c.d.); legame degli integrali curvilinei di funzioni complesse con gli integrali curvilinei di forme differenziali lineari piane. Condizione sufficiente per l'esistenza di primitive in un dominio semplicemente connesso; esempi; primitive globali e "locali"; differenza tra esistenza di primitive per funzioni reali di variabile reale e per funzioni complesse di variabile complessa. Teorema di Morera con due dimostrazioni, una delle quali con la costruzione della primitiva. Primo teorema di Cauchy con due tipologie di ipotesi (interno di curve chiuse contenuto nel dominio di olomorfia e domini semplicemente connessi). Dimostrazione del Teorema di Cauchy con l'utilizzo del Teorema di Gauss-Green nel piano.

10	21/10/2024 dalle 09:14 alle 10:48 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** La formula integrale di Cauchy **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Dimostrazione del Teorema di Cauchy utilizzando la teoria delle forme differenziali lineari; forma complessa della formula di Gauss-Green. Teorema di Cauchy- Goursat (con ipotesi minime); domini regolari a un sol contorno e a più contorni. Teorema di Cauchy per domini regolari a più contorni (limitati "con buchi") (c.d.); teorema di Cauchy per curve omotope o per circuiti equivalenti (c.d.) e sua utilità. Secondo teorema di Cauchy e formula integrale; indice di avvolgimento di una curva chiusa rispetto a un punto; significato della formula integrale come formula di rappresentazione. Teorema della media (di Gauss); olomorfia della derivata di una funzione olomorfa (c.d.).

11	23/10/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Formula integrale di Cauchy per le derivate e analiticità delle funzioni olomorfe **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Una funzione olomorfa in un aperto è di classe C^\infty in tale aperto (c.d.); regolarità delle funzioni olomorfe e confronto col comportamento delle funzioni reali di variabile reale; formula integrale di Cauchy per le derivate. Funzioni analitiche in campo complesso e analiticità delle funzioni olomorfe (c.d.); confronto con le funzioni reali di variabile reale; sviluppi in serie notevoli in campo complesso; raggio di convergenza delle serie di potenze di funzioni intere; disuguaglianze di Cauchy per i coefficienti della serie di potenze di una funzione olomorfa; stime di Cauchy per le derivate. Il teorema di Liouville (c.d.) e dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra col suo utilizzo. Zeri di una funzione olomorfa; zeri di ordine finito e zeri di ordine infinito; una funzione olomorfa in un dominio ammette zeri di ordine infinito se e solo se è nulla in tale dominio (c.d.).

12	24/10/2024 dalle 09:12 alle 09:55 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Zeri delle funzioni olomorfe e prolungamento analitico **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Zeri di una funzione olomorfa: l'insieme degli zeri di una funzione olomorfa non identicamente nulla è un insieme discreto e privo di punti di accumulazione appartenenti al dominio di olomorfia (c.d.); teorema degli zeri per una funzione olomorfa: l'ordine di uno zero di una funzione olomorfa è univocamente determinato; principio di identità delle funzioni olomorfe (varie sue formulazioni). Differenza tra gli zeri di funzioni complesse olomorfe e funzioni reali derivabili. Utilizzo del principio di identità per dimostrare alcune identità algebriche che coinvolgono funzioni intere; le funzioni trascendenti elementari sono le uniche estensioni analitiche in C delle "omonime" funzioni reali di variabile reale. Estensione analitica (o prolungamento analitico) di funzioni analitiche in senso reale; prolungamento analitico di funzioni analitiche in un aperto (ddi R o di C); procedimento di estensione analitica che "circonda" una singolarità isolata; barriera (o frontiera) naturale di singolarità: esempio. Funzioni analitiche espresse come somme di serie di potenze formalmente diverse, ma prolungamento analitico l'una dell'altra.

13	28/10/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Principio del massimo modulo e serie di Laurent **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Funzioni analitiche espresse come somme di serie di potenze formalmente diverse, ma prolungamento analitico l'una dell'altra; multifunzioni analitiche e loro elementi analitici; sviluppi in serie di potenze di una funzione analitica f, che possono convergere in punti non appartenenti al dominio di olomorfia di f, o che convergono in punti interni al dominio, ma con somma diversa da f; esempi. Principio del massimo modulo (c.d.) e suoi corollari in un dominio limitato (c.d.); diverse formulazioni di tale principio e osservazioni. Disuguaglianze di Cauchy del massimo modulo. Serie bilatere e loro convergenza in corone circolari; sviluppo in serie di Laurent di una funzione olomorfa in una corona circolare (c.d.).

14	04/11/2024 dalle 09:13 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Punti singolari isolati e loro classificazione **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Sviluppo in serie di Laurent di una funzione; disuguaglianze di Cauchy per le serie di Laurent; parte principale e parte regolare della serie; sviluppi in dischi bucati o in domini privati di un punto. Esempi di calcolo dello sviluppo in serie di Laurent di una funzione olomorfa in una corona circolare. Punti regolari e punti singolari di una funzione; punti singolari isolati e punti singolari non isolati; esempi. Punti singolari isolati e classificazione delle singolarità isolate; esempi: classificazione del tipo di singolarità isolata tramite il comportamento della funzione "vicino" alla singolarità e tramite il suo sviluppo in serie di Laurent.

15	06/11/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Funzioni meromorme; funzioni razionali complesse **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Punti singolari isolati e classificazione del tipo di singolarità isolata tramite il comportamento della funzione "vicino" alla singolarità e tramite il suo sviluppo in serie di Laurent (esempi); punto singolare isolato all'infinito per le funzioni intere; funzioni meromorfe e loro continuità se considerate a valori nel piano complesso esteso. Una funzione meromorfa in C possiede al massimo un'infinità numerabile di poli (c.d.). Funzioni razionali; le funzioni razionali sono prive di singolarità essenziali (c.d.); l'ordine di una funzione razionale. Zeri e poli di una funzione e del suo reciproco; regola di de l'Hopital per funzioni complesse (c.d.).

16	07/11/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Singolarità essenziali e Teorema dei residui **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Comportamento di una funzione in un intorno di una singolarità isolata essenziale: Teorema di Casorati (c.d.) e Teorema di Picard; esempi. Residuo di una funzione in un suo punto singolare isolato; calcolo dell'integrale curvilineo di una funzione lungo una curva chiusa che "circonda" la singolarità isolata; legame tra olomorfia di una funzione in un punto e residuo nullo in quel punto; teorema dei residui (c.d.). Formula per il calcolo del residuo in un polo semplice e in un polo di ordine m (c.d.) ed esempi.

17	08/11/2024 dalle 11:00 alle 12:35 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Classificazione di singolarità isolate e calcolo del residuo **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Calcolo del residuo in poli semplici e multipli sia tramite le formule, che usando lo sviluppo in serie di Laurent della funzione. Esempi (presi da prove scritte di anni precedenti).

18	11/11/2024 dalle 09:14 alle 09:46 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Residuo a infinito, somma dei residui, Teorema dell'indicatore logaritmico e Teorema di Rouché **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Residuo all'infinito; sviluppo in serie di Laurent di una funzione in un intorno di infinito, parte regolare e parte singolare; classificazione della singolarità isolata a infinito tramite lo sviluppo di Laurent di f in un intorno di infinito e studio del residuo a infinito di f(z) col cambio di variabile z=1/ \xi; residui al finito e all'infinito; funzioni intere con singolarità isolata a infinito. Esempi di calcolo di residuo di una funzione in punti singolari finiti e all'infinito sia tramite lo sviluppo di Laurent di f in un intorno di infinito che col cambio di variabile z=1/ \xi. Teorema della somma dei residui (c.d.) e sua conseguenza: somma dei residui al finito nulli (e residuo a infinito nullo) per una funzione con un un numero finito di punti singolari isolati con comportamento asintotico di |z|^{-m}, m>1, a infinito.Teorema dell'indicatore logaritmico (c.d.); motivazione del nome della formula dell'indicatore logaritmico o principio dell'argomento, e sue conseguenze: una funzione meromorfa con un numero finito di poli ha lo stesso numero di poli e di zeri; dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra con teorema dell'indicatore logaritmico. Teorema di Rouché (c.d.).

19	12/11/2024 dalle 17:00 alle 18:32 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Residui al finito e a infinito, sviluppi in serie di Laurent e integrali lungo curve in C **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Riepilogo di alcuni risultati dell'analisi complessa utilizzati, in particolare, per la risoluzione di alcuni esercizi: calcolo di residui di una funzione al finito e a infinito, sviluppi in serie di Laurent, integrali lungo curve in C (e in R), funzioni primitive e teorema del calciolo integrale in C.

20	13/11/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Lemma di Jordan, lemma del piccolo cerchio e integrali in R **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Conseguenze del Teorema di Rouché: interpretazione geometrica del teorema, un'altra dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra ed esempio di utilizzo del teorema di Rouché per la localizzazione degli zeri di una funzione olomorfa. Lemma di Jordan del grande cerchio (c.d.). Lemma di Jordan del piccolo cerchio (c.d.). Osservazioni e diverse formulazioni del Lemma di Jordan. Esempi di calcolo di integrali con l'utilizzo dei teorema dei residui (funzioni razionali, con un numero finito di poli che non stiano sull'asse reale, infinitesime all'infinito). Integrali di tipo "trasformata di Fourier". Esempio.

21	14/11/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Risoluzione di integrali con strumenti dell'analisi complessa e spazi normati di dimensione finita e infinita **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Esempio di integrale generalizzato che richiedono di "aggirare" un polo semplice; esempi. Integrali di Frésnel. Spazi di Banach; proprietà della funzione norma; esempi: R^N con la norma euclidea e con altre norme; lo spazio delle funzioni continue su un compatto con la norma lagrangiana; lo spazio delle funzioni limitate con la norma del sup; gli spazi di Lagrange; C[a,b] con la norma del max e con la norma integrale di ordine 1; norme equivalenti; norme equivalenti in uno spazio di dimensione finita (c.d.). Uno spazio normato di dimensione finita è completo (c.d.) e suoi corollari per sottospazi di dimensione finita di spazi normati.

22 **18/11/2024 dalle 09:13 alle 10:45 - Lezione**

Ore accademiche: 2

Argomento: Operatori lineari limitati

Note: Riepilogo della lezione precedente. Definizione di spazio di Hilbert. La disuguaglianza di Young (c.d.); le disuguaglianze di Holder e di Minkowsky (anche quelle integrali in uno spazio misurabile). Operatori e funzionali lineari; esempi; operatori limitati; norma di un operatore (definizioni equivalenti); esempi; un operatore lineare A: X -> Y con X di dimensione finita è limitato (c.d.). Osservazioni ed esempio di operatore non limitato. Operatori continui e uniformemente continui; un operatore lineare è limitato se e solo se è continuo (c.d); lo spazio degli operatori lineari continui; lo spazio duale con la norma duale, notazioni e osservazioni.

23 **20/11/2024 - Lezione**

Ore accademiche: 2

Argomento: Il teorema di Helly, Hahn-Banach e corollari

Note: Riepilogo della lezione precedente. Operatori e funzionali lineari limitati; CNS affinché un operatore sia limitato è che trasformi insiemi limitati in insiemi limitati (c.d.). Lo spazio degli operatori lineari continui da X in Y è di Banach se Y lo è (c.d.); operatore prodotto; operatori invertibili; esempi. Il Teorema di Helly-Hahn-Banach e suoi corollari in uno spazio normato: estensione dei funzionali lineari continui di un sottospazio di uno spazio vettoriale normato (c.d.).; esistenza di un elemento del duale con norma uguale alla norma di un elemento dello spazio normato di partenza (c.d.); norma di un vettore in uno spazio normato come max della dualità, al variare degli elementi del duale di norma unitaria (c.d.).

24 **21/11/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione**

Ore accademiche: 2

Argomento: Teorema di Banach-Steinhaus con corollari

Note: Riepilogo della lezione precedente. Corollari del Teorema di Helly-Hahn-Banach in uno spazio normato: corollario per sottospazio normato la cui chiusura sia strettamente contenuta nello spazio normato; CNS di densità per un sottospazio di uno spazio normato. Spazio biduale; iniezione canonica; spazio riflessivo. Teorema di Banach-Steinhaus; corollario nel caso di una famiglia numerabile di operatori lineari continui (c.d.) e corollari per un sottoinsieme limitato in uno spazio di Banach e nel suo duale (c.d.). Integrale in R della funzione e^{ax^2+bx}, $a>0$ e $b\in C$. Riepilogo di integrali risolubili con l'utilizzo di Teoremi dell'analisi complessa.

25 **25/11/2024 dalle 09:13 alle 10:45 - Lezione**

Ore accademiche: 2

Argomento: Topologie deboli

Note: Riepilogo della lezione precedente. Topologia iniziale e convergenza di successioni nella topologia iniziale. Topologia debole in uno spazio di Banach; convergenza debole e sue proprietà (c.d.). Topologia forte e topologia debole in uno spazio di Banach; convergenza forte e convergenza debole equivalenti in uno spazio di dimensione finita (c.d). Alcuni esempi di insiemi in uno spazio di dimensione infinita (sfera unitaria, bolla chiusa unitaria, bolla unitaria); coincidenza di chiusura debole e forte per insiemi convessi in uno spazio di Banach; continuità di operatori lineari tra spazi di Banach dotati di topologia forte e/o debole. La topologia debole* nel duale di uno spazio normato e sue proprietà (c.d.). Confronto tra topologia forte, topologia debole e topologia debole* su uno spazio duale; topologie coincidenti in spazi di dimensione finita.

26	27/11/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Spazi riflessivi e spazi separabili. **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Confronto tra topologia forte, topologia debole e topologia debole* su uno spazio duale; non metrizzabilità della topologia debole in uno spazio di dimensione infinita; i teoremi di Riesz e di Banach-Alaoglu-Bourbaki; Spazi riflessivi; teorema di Kakutani (c.d.). Riflessività di uno spazio vettoriale chiuso di uno spazio di Banach riflessivo (c.d.); uno spazio di Banach è riflessivo se e solo se lo è il suo duale (c.d.). Compattezza debole sequenziale in spazi riflessivi e Teorema di Eberlein-Smulian; compattezza e compattezza sequenziale in spazi metrici e in spazi topologici. Definizione di spazio separabile e alcune proprietà: sottoinsiemi di spazi separabili; spazi di Banach tali che il duale sia separabile; spazi riflessivi e separabili; metrizzabilità della bolla chiusa unitaria del duale di uno spazio di Banach separabile rispetto alla topologia debole*; metrizzabilità della bolla chiusa unitaria rispetto alla topologia debole in uno spazio di Banach tale che il duale sia separabile; successioni limitate sequenzialmente debolmente* compatte nel duale di uno spazio di Banach separabile.

27	28/11/2024 dalle 09:14 alle 10:46 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Spazi di Lebesgue; funzioni essenzialmente limitate **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Definizione di spazio uniformemente convesso; proprietà geometrica dell'uniforme convessità; esempio di norme equivalenti non uniformemente convesse; Teorema di Milmann-Pettis. Spazi L^p: definizione nello spazio misurabile degli insiemi di R^N rispetto alla misura di Lebesgue o in un generico spazio misurabile; L^p è uno spazio vettoriale (c.d.); L^p è uno spazio normato (c.d.); lo spazio delle funzioni essenzialmente limitate; estremo superiore essenziale; definizioni equivalenti; norma in L^\infinito come sup del modulo della funzione nel complementare di un insieme di misura nulla (c.d.). Confronto tra sup e sup essenziale di una funzione; esempi; L^\infinito è uno spazio normato completo (c.d). Disuguaglianza di Holder (c.d) negli spazi L^p e disuguaglianza generalizzata; suo utilizzo per dimostrare la disuguaglianza di Minkowsky delle norme.

28	02/12/2024 dalle 09:13 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Proprietà degli spazi L^p. La trasformazione di Fourier e sue proprietà. **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Inclusione tra spazi L^p per insiemi di misura finita (c.d); esempi. Disuguaglianza di interpolazione per spazi L^p (c.d.). Funzioni Fourier-trasformabili e condizione sufficiente di trasformabilità; trasformata di funzioni a valori reali e pari e di funzioni a valori reali e dispari (c.d.); linearità e continuità dell'operatore di Fourier (c.d.); effetto "regolarizzante" dell'operatore di Fourier: esempi.

29	04/12/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Teorema di Fischer-Riesz e riflessività di L^p 1<p<\infty **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Il Teorema di Fischer-Riesz (c.d.); Teorema riguardante una sottosuccessione di una successione convergente in L^p (c.d.). Convergenza in media di indice p; spazio delle funzioni a quadrato sommabile. Riflessività degli spazi L^p, per 1< p < infinito, (c.d.) tramite le disuguaglianze di Clarkson (i) (c.d.)) e il Teorema di Milmann-Pettis, oppure tramite l'operatore da L^p a (L^q)*, con q esponente coniugato di p. Definizione di prodotto di convoluzione e proprietà.

30	**05/12/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione**
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Teorema di rappresentazione di Riesz. Riflessività, separabilità e duali degli spazi L^p **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Teorema di rappresentazione di Riesz per 1 < p < infinito (c.d.); separabilità negli spazi L^p; proprietà degli spazi L^1 e L^infinito; esempio che mostra la non validità del teorema di rappresentazione di Riesz per p = infinito; risultati legati alle topologie deboli negli spazi L^p. Definizione di spazio delle funzioni continue a supporto compatto e risultati di densità. Lo spazio C_0^ \infty. Supporto di una funzione e supporto essenziale. Spazio di funzioni localmente p-integrabili.

31	**09/12/2024 dalle 09:13 alle 10:45 - Lezione**
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Trasformata di Fourier e derivazione, trasformata di Fourier inversa **Note:** Riepilogo della lezione precedente. La trasformazione di Fourier; continuità della trasformata di Fourier (c.d.). Teorema di Riemann-Lebesgue (c.d.); proprietà della trasformata di Fourier: riscalamento, coniugio, traslazione nel tempo e nella frequenza (c.d.); formula di moltiplicazione (c.d.); trasformata di Fourier del prodotto di convoluzione (c.d.). Derivata della trasformata di Fourier (c.d.) e trasformata di Fourier della derivata (c.d.) e interpretazione delle formule di derivazione; funzioni antitrasformabili e antitrasformata di Fourier; formula di simmetria (c.d.) e teorema di inversione; esempio di funzione Fourier trasformabile la cui trasformata non è integrabile.

32	**11/12/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione**
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** La trasformazione di Fourier in L^2. Trasformata di Fourier della gaussiana. **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Calcolo della trasformata di Fourier della gaussiana sia con i metodi dell'analisi complessa che con le proprietà della trasformazione di Fourier; esempio di applicazione della formula di simmetria; Confronto tra serie di Fourier e trasformazione di Fourier con qualche riferimento alla teoria dei segnali. Lo spazio di Schwartz delle funzioni rapidamente decrescenti; una funzione rapidamente decrescente è limitata e integrabile (c.d.); una funzione rapidamente decrescente è Fourier trasformabile e la sua trasformata è anch'essa rapidamente decrescente (c.d.). Trasformazione di Fourier nello spazio di Schwartz e teorema di Plancherel; teorema e identità di Plancherel in L^2.

33	**16/12/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione**
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** La trasformazione di Laplace e le sue proprietà **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Un'applicazione delle trasformazione di Fourier all'equazione del calore (metodo di Fourier). Funzioni Laplace-trasformabili e assolutamente Laplace-trasformabili; ascissa di convergenza; trasformata di Laplace nel suo semipiano di convergenza; ordine esponenziale di una funzione e suo legame con l'ascissa di convergenza; esempi: la trasformata della funzione di Heaviside, della funzione esponenziale e dell'impulso di durata h; linearità dell'operatore di Laplace (c.d.); calcolo delle trasformate di funzioni trigonometriche e di funzioni iperboliche. Definizione di segnale (Laplace-trasformabile).

34	18/12/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Proprietà della Trasformazione di Laplace e confronto con la trasformazione di Fourier **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Trasformata di Laplace di funzioni polinomiali; limitatezza in modulo della trasformata di Laplace nel semipiano di convergenza (c.d.); trasformata di Laplace L[f](s) infinitesima per Re(s) che tende a infinito (c.d.); legame tra la trasformata di Laplace e la trasformata di Fourier (c.d.); proprietà della trasformata di Laplace: riscalamento, traslazione e "smorzamento" (c.d.); trasformata di Laplace di un segnale periodico integrabile nell'intervallo di periodicità (c.d.); derivata della trasformata di Laplace (c.d.); derivata di ordine n della trasformata di Laplace; trasformata della funzione f(t)/t (c.d.); trasformata della derivata (c.d.) e delle derivate successive; prodotto di convoluzione tra segnali localmente integrabili; trasformata di Laplace della convoluzione. Trasformata di Laplace della primitiva (c.d.).

35	19/12/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Antitrasformata di Laplace e formula di inversione **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Trasformata di Laplace della primitiva (c.d.); l'inversione della trasformazione di Laplace: l'antitrasformata di Laplace; formula di inversione di Riemann-Fourier; determinazione di un segnale continuo mediante la sua trasformata di Laplace; formula di inversione per un segnale continuo a tratti; confronto tra trasformazione di Fourier e Laplace. L'antitrasformata di Laplace di funzioni razionali fratte proprie con poli semplici e multipli.

36	23/12/2024 dalle 09:14 alle 10:45 - Lezione
	Ore accademiche: 2 **Argomento:** Spazi l^p. Esempi ed esercizi sul contenuto del programma del corso **Note:** Riepilogo della lezione precedente. Gli spazi l^p. Esempio di successione debolmente convergente ma non fortemente convergente. Esempi di calcolo di trasformate di Fourier e Laplace, di antitrasformate di Laplace di funzioni razionali fratte proprie con poli semplici e multipli e di risoluzione di alcuni problemi di Cauchy usando la trasformata di Laplace.