

# Prova scritta di Analisi Matematica 3 e Analisi Matematica 2 (10 CFU)

**Esercizio 1.** (6 punti)

Studiare il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + x^2y^2 + y^5}{x^2 + y^4}.$$

**Esercizio 2.** (7 punti)Studiare i punti stazionari della funzione  $f(x, y) = \frac{x^4 e^x}{4} - y^2$ .**Esercizio 3.** (8 punti)Sia  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2\sqrt{x^2 + y^2}, z \leq 1\}$ , calcolare l'integrale

$$\iiint_E \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz.$$

Suggerimento: rappresentare geometricamente  $E$  e integrare per strati.**Esercizio 4\*.** (5 punti)Sia  $S$  la superficie di equazioni parametriche

$$\varphi(u, v) : \begin{cases} x = (2 + \sin u) \cos v \\ y = (2 + \sin u) \sin v \\ z = u \end{cases}, \quad (u, v) \in [0, 2\pi] \times [0, 2\pi].$$

- Assumendo l'iniettività di  $\varphi(u, v)$  nei punti interni del suo dominio, verificare che la superficie è regolare e scrivere il campo dei vettori normali indotto da  $\varphi(u, v)$ .
- Esprimere l'area di  $S$  in termini di un integrale semplice e calcolare  $\iint_S \frac{\sin 2z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, d\sigma$ .

**Esercizio 5.** (4 punti)Determinare gli eventuali valori di  $a, b \in \mathbb{R}$  per i quali la forma differenziale lineare

$$\omega = (2xz - ay) \, dx - 4x \, dy + (x^2 + bz) \, dz$$

è esatta e calcolare la famiglia delle sue primitive.