Esercitazione 4 – Geometria analitica

Siano dati i punti A (5; 1), B (1 ; -3), P (0; -4), Q (-3; -1) e le rette r_{AB}, passante per A e B e r_{PQ}, passante per P e Q. Si consideri inoltre la circonferenza di raggio pari a 4 e con centro nel punto C (2, 2).

Ricavare:

a. I punti di intersezione tra la retta r_{AB} e la circonferenza.
b. La distanza tra i punti trovati al punto precedente.
c. I punti di intersezione tra la retta r_{PQ} e la circonferenza.
d. La distanza tra i punti trovati al punto precedente.
e. Riportare sul piano cartesiano la circonferenza e le rette.

SOLUZIONE

DATI

A (5; 1), B (1 ; -3), P (0; -4), Q (-3; -1);

C (2; 2) r = 4

PROCEDIMENTO

Equazione retta r_{AB}:

$$\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}$$

$$\frac{y - 1}{-3 - 1} = \frac{x - 5}{1 - 5}$$

$$y = x - 4$$

Equazione retta r_{PQ}:

$$\frac{y - y_P}{y_Q - y_P} = \frac{x - x_P}{x_Q - x_P}$$

$$\frac{y + 4}{-1 + 4} = \frac{x}{-3}$$

$$y = -x - 4$$

Equazione circonferenza:

$$(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = r^2$$

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 16$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y - 8 = 0$$

Intersezione tra la retta r_{AB} e la circonferenza:

$$\begin{cases} y = x - 4 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y - 8 = 0 \end{cases} \rightarrow P_1(6; 2)\ ;\ P_2(2; -2)$$

Distanza P_1P_2:

$$\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_{P1} - x_{P2})^2 + (y_{P1} - y_{P2})^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

Intersezione tra la retta r_{PQ} e la circonferenza:

$$\begin{cases} y = -x - 4 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y - 8 = 0 \end{cases} \rightarrow impossible\ (i.e.: non\ vi\ sono\ intersezioni)$$