

## Applicazione della regola di Bayes (Probabilità condizionata)

Immaginiamo di fare un test per una malattia rara. Supponiamo che:

- La prevalenza\* della malattia nella popolazione è dello 0,1% (0,001).
- Il test per la malattia ha una sensibilità (probabilità di risultare positivo se si ha la malattia) del 99% (0,99).
- Il test ha una specificità (probabilità di risultare negativo se non si ha la malattia) del 99% (0,99).

**Domanda:** Se il test risulta positivo, qual è la probabilità di aver effettivamente la malattia?

### Calcolo

Utilizziamo la regola di Bayes per trovare la probabilità richiesta:

$$P(\text{Malattia} \mid \text{Test positivo}) = \frac{P(\text{Test positivo} \mid \text{Malattia})}{P(\text{Test positivo})}$$

Dove:

- $P(\text{Test positivo} \mid \text{Malattia}) = 0,99$
- $P(\text{Malattia}) = 0,001$
- $P(\text{Test positivo})$  è la probabilità totale di un test positivo, che può essere calcolata come:

$$P(\text{Test positivo}) = P(\text{Test positivo} \mid \text{Malattia}) \cdot P(\text{Malattia}) + P(\text{Test positivo} \mid \text{Nessuna malattia}) \cdot P(\text{Nessuna malattia})$$

Sappiamo che:

- $P(\text{Test positivo} \mid \text{Nessuna malattia}) = 1 - \text{Specificità} = 0,01$
- $P(\text{Nessuna malattia}) = 1 - P(\text{Malattia}) = 0,999$

Ora possiamo calcolare  $P(\text{Test positivo})$

$$P(\text{Test positivo}) = 0,99 \cdot 0,001 + 0,01 \cdot 0,999 = 0,00099 + 0,00999 = 0,01098$$

Usiamo questi valori nella formula di Bayes:

$$P(\text{Malattia} \mid \text{Test positivo}) = \frac{0,99 \cdot 0,001}{0,01098} \approx 0,0902$$

Quindi, se il test risulta positivo, la probabilità di aver effettivamente la malattia è circa il 9%.

Questo esempio dimostra come, anche con un test molto accurato, la probabilità di avere la malattia rimane relativamente bassa a causa della bassa prevalenza della malattia nella popolazione.

\*La prevalenza di una malattia nella popolazione è una misura statistica che indica la percentuale di individui in una popolazione che ha la malattia in un dato momento o durante un periodo specifico.

Ad esempio, se si dice che la prevalenza di una certa malattia è del 2% in una popolazione di 100.000 persone, significa che 2.000 persone in quella popolazione sono affette dalla malattia in quel momento o durante il periodo di studio.

La prevalenza viene calcolata come:

$$\text{Prevalenza} = \frac{\text{Numero di casi di malattia}}{\text{Popolazione totale}} \times 100$$

Questa misura è utile per comprendere quanto sia comune una malattia in una popolazione e può aiutare a indirizzare le politiche sanitarie, le risorse mediche e le strategie di prevenzione.