

Frequentismo e disposizionalismo

Francesco Paoli

Filosofia della scienza, 2024-25

Probabilità oggettive: una diversa prospettiva

- Abbiamo introdotto i valori di probabilità oggettivi come i gradi di credenza che dovrebbe avere un generico agente razionale idealizzato. In realtà, è possibile considerare le probabilità oggettive anche come valori indipendenti dalle credenze di qualsiasi agente.
- Maher (2006) fa un esempio per spiegare la differenza. Supponiamo che una moneta abbia impressa l'immagine della testa su entrambi i lati oppure della croce su entrambi i lati, ma che non sappiate quale delle due possibilità sia vera. Se la moneta viene lanciata, è razionale attribuire all'enunciato "Uscirà testa" un grado di credenza pari a $\frac{1}{2}$; tuttavia, la probabilità oggettiva che esca testa è 0 oppure 1, anche se non sapete quale delle due.

Il principio principale

Dunque, gradi di credenza e probabilità oggettive possono divergere. Lewis (1980) sostiene però che sono connessi da un importante principio:

Definition (Principio principale)

Per un agente razionale, vale sempre $C(H \mid P(H) = x) = x$.

Per esempio, se la probabilità oggettiva di $H =$ “Al prossimo lancio della moneta uscirà testa” è $\frac{1}{2}$, ogni agente razionale dovrà attribuire ad H un grado di credenza pari a $\frac{1}{2}$.

Si noti che il principio principale non collega realmente gradi di credenza e probabilità oggettive, ma piuttosto due diversi gradi di credenza di un medesimo agente: quello in un certo enunciato, e quello nel valore di probabilità che quell'agente gli attribuisce.

Desiderata per una teoria della probabilità oggettiva

- 1 Giustificare la validità del principio principale.
- 2 Essere coerente con gli assiomi della probabilità.
- 3 Spiegare cosa sono le probabilità oggettive.

Il frequentismo attualista

- Anche se continueremo a considerare le probabilità come funzioni da enunciati a numeri reali, per comodità attribuiremo i valori di probabilità anche agli *eventi* espressi dai medesimi enunciati.
- Il *frequentismo attualista* è la teoria secondo cui la probabilità di un evento O è data dalla frequenza relativa delle occorrenze di O all'interno della classe di tutti gli eventi di un certo tipo E .
- Ad esempio, se una moneta viene lanciata 10 volte e poi distrutta, se esce testa 6 volte su 10, per il frequentismo attualista la probabilità dell'evento "Esce testa" è $\frac{6}{10}$.
- Il frequentismo attualista è parte del senso comune ed è stata la teoria della probabilità storicamente dominante.

- 1 *Giustificare la validità del principio principale.* Vedi oltre.
- 2 *Essere coerente con gli assiomi della probabilità.* Le frequenze soddisfano gli assiomi della probabilità in base alle regole di calcolo delle frequenze, quindi questo desideratum è automaticamente soddisfatto.
- 3 *Spiegare cosa sono le probabilità oggettive.* Viene data una risposta: le probabilità oggettive sono frequenze.

Hans Reichenbach (1891-1953)



Il problema della classe di riferimento

- Per il frequentista, la probabilità di un evento O è data dalla frequenza relativa delle occorrenze di O all'interno della classe di tutti gli eventi di un certo tipo E . Ad esempio il lancio di una particolare moneta è un evento del tipo "lancio di una moneta".
- Il problema è che un evento può istanziare diversi tipi di evento, per cui non è semplice identificare la classe di eventi su cui calcolare la frequenza relativa.
- Ad esempio, qual è la probabilità che Tom abbia visto suonare i Led Zeppelin dal vivo? La risposta varia a seconda della classe di riferimento (persone in generale; persone di sesso maschile; persone di età maggiore di 60 anni; persone nate a Londra; chitarristi elettrici...) e Tom potrebbe appartenere a più di una di tali classi.

La soluzione di Reichenbach

- Si potrebbe rendere la probabilità di un evento *relativa* alla classe di riferimento, ma questo non consente di applicare il principio principale: quale dovrebbe essere il mio grado di credenza nell'enunciato "Tom ha visto suonare i Led Zeppelin dal vivo"?
- Reichenbach (1949) sostiene che dobbiamo sempre usare la classe di riferimento *più piccola* per la quale siano noti i dati delle frequenze.
- Tuttavia, questa soluzione è applicabile solo quando tale classe di riferimento esiste. Nell'esempio precedente, potrebbero essere note le frequenze per le persone di sesso maschile e per le persone nate a Londra, nessuna delle quali è un sottoinsieme dell'altra, ma non per l'*intersezione* di tali classi.

Frequentismo attualista e principio principale (1)

- Strevens (1999) sostiene che il frequentismo attualista giustifica il principio principale.
- Strevens dimostra che, in una serie di scommesse successive ad es. sull'esito dei lanci di una moneta, realizzano maggiori guadagni quei giocatori i cui prezzi di scommessa si basano sulle frequenze relative. Ma poiché per il frequentismo attualista le frequenze relative *sono* le probabilità oggettive, e i prezzi di scommessa si basano sui gradi di credenza, è razionale per un agente avere dei gradi di credenza che si basano sulle probabilità oggettive.
- L'argomento di Stevens si basa sul fatto che *alla lunga* realizzano maggiori guadagni i giocatori che usano le frequenze relative. Si tratta anche di una buona strategia a breve termine, ad esempio per una serie di scommesse su pochissimi lanci o su un singolo lancio?

Frequentismo attualista e principio principale (2)

- Se si risponde di sì, probabilmente si sta assumendo in modo implicito il seguente principio, basato sul principio di indifferenza:

Definition (Principio di uguale credenza)

Se tutto ciò che sappiamo su una classe \mathcal{C} di eventi è che hanno la stessa probabilità di essere di tipo E , per ciascun $O \in \mathcal{C}$ dovremmo assegnare lo stesso grado di credenza all'enunciato " O è di tipo E ".

- Si può pensare che uno dei vantaggi del frequentismo attualista è derivare il principio principale dal principio di indifferenza, per il quale può esserci una motivazione indipendente.

Il problema del caso singolo

- I casi singoli, tuttavia, sono problematici per il frequentismo attualista. Supponiamo che una moneta venga lanciata una sola volta e poi distrutta. Se è uscito testa, per il frequentismo attualista la probabilità dell'evento "Esce testa" è 1, il che è controintuitivo. Ma c'è anche il problema del caso doppio, che consente come unici valori di probabilità 0, 1 e $\frac{1}{2}$. E quindi anche del caso triplo, e così via.
- Poiché le frequenze relative sono necessariamente calcolate su un numero finito di esperimenti, il frequentismo ammette solo valori di probabilità razionali. Ma teorie come la meccanica quantistica ammettono valori di probabilità irrazionali come $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Il frequentismo attualista non è compatibile con queste teorie.

Il frequentismo ipotetico

- Il *frequentismo ipotetico* è la teoria secondo cui la probabilità di un evento O è data dalla frequenza relativa delle occorrenze di O all'interno della classe di tutti i *possibili* eventi di un certo tipo E , ripetuti un gran numero di volte.
- Ad esempio, per il frequentismo ipotetico la probabilità dell'evento "Al prossimo lancio della moneta uscirà testa" è la frequenza che avrebbero le teste se quella moneta venisse lanciata moltissime volte.
- Le probabilità sono dunque le frequenze ipotetiche; le frequenze attuali rappresentano un'evidenza che può confermare tali attribuzioni di probabilità.
- Come il frequentismo attualista, anche quello ipotetico soddisfa automaticamente gli assiomi della probabilità.

- 1 Il concetto di frequenza ipotetica è vago. Non esiste una singola frequenza che avrebbero le teste se una moneta venisse lanciata moltissime volte; ne esistono tante, a seconda del numero di lanci e degli esiti di quei lanci.
- 2 Ma se anche fosse, non possiamo osservare “ciò che accadrebbe” nello stesso modo in cui osserviamo e registriamo ciò che accade realmente. Nè possiamo usare le probabilità oggettive per determinarlo, perché cadremmo in un circolo vizioso.
- 3 Supponiamo che una sequenza di lanci contenga alla fine una serie fortuita di teste. Per il frequentista, tale serie accresce la probabilità dell’evento “Esce testa”. Ma è naturale pensare il contrario: che siano le probabilità a generare le frequenze, non le frequenze a generare le probabilità.

- Il frequentismo tende ad appoggiarsi a una metafisica humeana. L'universo è un insieme di stati di cose scollegati tra di loro, privi di connessioni causali necessarie. In una parte dell'universo una stella esplose, in un'altra una tazzina da caffè cade sul pavimento. Non esiste una misteriosa connessione causale necessaria tra il colpo di una stecca e il movimento di una palla da biliardo, ma l'osservazione di una congiunzione costante tra eventi dei tipi suddetti.
- Il frequentismo è compatibile con l'austera visione metafisica di Hume. La probabilità che una stecca metta in moto una pallina è la frequenza con cui ciò avviene in una serie di esperimenti in cui colpiamo la pallina con la stecca.
- Una visione metafisica alternativa prevede che gli eventi siano collegati tra loro mediante rapporti di causa-effetto. Alcune cause determinano necessariamente i loro effetti, altre invece li rendono solo più probabili: hanno la *disposizione* a produrre tali effetti.

Charles Sanders Peirce (1839-1914)



- Per il disposizionalismo, la probabilità è determinata da proprietà intrinseche degli oggetti, chiamate *disposizioni*. Per esempio, un dado non truccato ha una disposizione secondo cui la probabilità di uscita di ciascun numero è pari a $\frac{1}{6}$. Tale disposizione causa il comportamento del dado, e rimane tale anche se non trova mai espressione in una serie di lanci.
- Il concetto di disposizione è un indebolimento di quello di causa. Se un evento di tipo C causa un evento di tipo E , il verificarsi di C implica necessariamente il verificarsi di E . Se eventi di tipo C hanno la disposizione a causare eventi di tipo E , il verificarsi di C tende a portare al verificarsi di E .

- 1 Il disposizionalismo è coerente con l'uso delle probabilità nelle teorie scientifiche. Il frequentista ha difficoltà a spiegare cosa significa che la probabilità che un atomo di uranio 238 decada entro 4.47 miliardi di anni è $\frac{1}{2}$. Per il disposizionalista, significa che c'è una proprietà intrinseca dell'uranio 238 che causa il decadimento entro 4.47 miliardi di anni in metà degli atomi.
- 2 Viene evitato anche il problema del caso singolo. Se anche vi fosse un unico atomo di uranio 238, avrebbe ancora una probabilità di $\frac{1}{2}$ di decadere entro 4.47 miliardi di anni.
- 3 Ha però il problema di spiegare come possiamo scoprire le disposizioni. Non possiamo osservarle sperimentalmente, quindi come possiamo essere sicuri che esistano? Per il disposizionalista, lo siamo nella misura in cui esse spiegano in modo efficace le nostre osservazioni.

Il paradosso di Humphrey

Per il teorema di Bayes,

$$P(E | H) = \frac{P(H | E) P(E)}{P(H)}$$

per cui

$$\frac{P(E | H)}{P(E)} = \frac{P(H | E)}{P(H)}.$$

L'informazione aggiuntiva su E prodotta dalla conoscenza di H è quindi pari all'informazione aggiuntiva su H prodotta dalla conoscenza di E . Sia però $E =$ "Il dado mostra il valore 6", $H =$ "Il dado non è truccato". Per il disposizionalista, $P(E | H) = \frac{1}{6}$, ma non c'è un valore per $P(H | E)$ perché non vi è alcuna disposizione dell'uscita del 6 a causare la regolarità del dado.

Lewis (1994) rigetta la nozione di disposizione per gli stessi motivi metafisici per cui rigetta la nozione di causa. Come si può dimostrare che esistano? E anche se esistessero, perché supporre che debbano porre dei vincoli alle nostre credenze? Si noti che il discorso per le frequenze relative è diverso, perché esse descrivono dei pattern osservabili a cui gli eventi si conformano.

Il principio principale come verità analitica

- Hall (2004): il principio principale è una verità analitica in senso kantiano. Costituisce parte del significato del termine “probabilità” il fatto che essa faccia riferimento a una disposizione che vincola le credenze razionali.
- Hall presta il fianco a un’obiezione. Possiamo definire la probabilità in questo modo; ma che garanzia abbiamo che tale termine si riferisca a qualcosa di esistente? Ad esempio, posso definire “Supergiulio” come “la persona infallibile che ha inventato la zip”, ma ciò non mi garantisce che esista un individuo con queste proprietà.