Corso di Laurea in Economia e Finanza
Dipartimento di Scienze Economiche e Aziendali
Facoltà di Scienze Economiche, Giuridiche e Politiche
Università degli Studi di Cagliari

MICROECONOMIA

Modulo 1

Prof.ssa Carla Massidda

Presentazione 4

LA TEORIA DELL'UTILITÀ

Argomenti

- Concetti generali
- Utilità totale e marginale
- Utilità marginale, SMS e curve di indifferenza
- Trasformazione monotòna di una funzione di utilità
- Esempi di funzioni di utilità

4.1 CONCETTI GENERALI

Utilità totale e **marginale.**

Le preferenze possono essere descritte anche utilizzando il concetto di **utilità totale** e **marginale**.

Utilità: concetto attribuito ai filosofi ed economisti dell'età vittoriana i quali parlavano di **utilità come misura oggettiva del benessere** di un individuo.

Il problema è che gli economisti classici non hanno mai definito quale sia la misura dell'utilità.

4.1 CONCETTI GENERALI

Conseguenze:

1) abbandono del concetto di utilità come misura oggettiva della felicità;

2) riformulazione della teoria del comportamento del consumatore in termini di preferenze;

3) l'utilità diventa uno strumento attraverso cui misurare la soddisfazione raggiungibile attraverso il consumo;

4) **l'utilità diventa un concetto ordinale**.

4.1 CONCETTI GENERALI

In altre parole:

l'**utilità** diventa un mezzo attraverso cui **esprimere numericamente** gli esiti del confronto tra possibili scelte di consumo

Lo strumento matematico che rende tutto ciò possibile è la cosiddetta **funzione di utilità**.

4.1 CONCETTI GENERALI

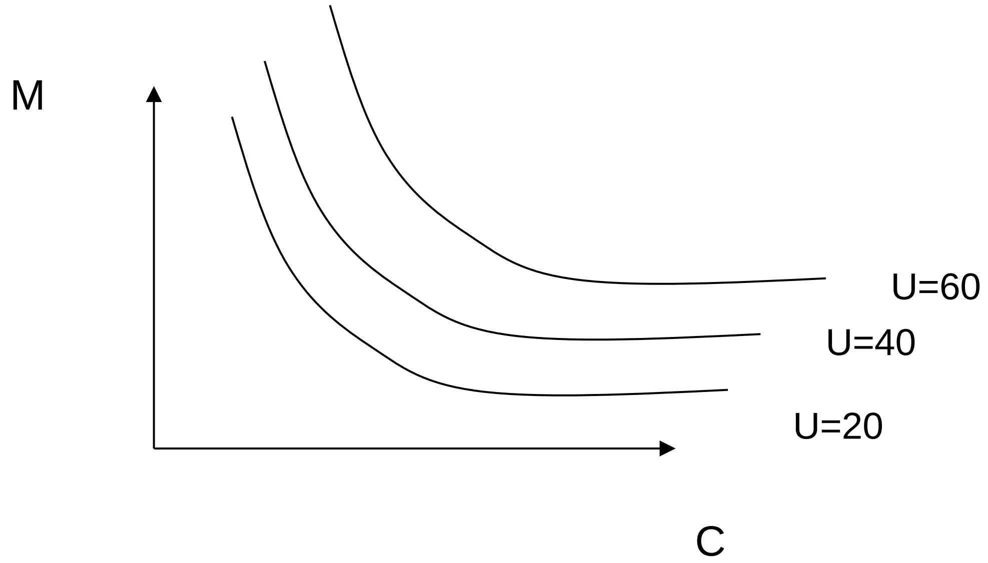
Implicazioni per le curve di indifferenza:

1. ogni curva di indifferenza individua sul piano un livello di utilità diverso;

2. attraverso la **funzione di utilità** possiamo associare un numero a ogni curva di indifferenza in modo tale che a curve più esterne sia sempre associato un numero più alto.

4.1 CONCETTI GENERALI

Ecco un esempio:



4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.1 Utilità totale (*U*)

La moderna teoria dell'utilità rappresenta un modo di ordinare le preferenze del consumatore.

Ne consegue che, con le dovute eccezioni, valgono per essa i quattro assiomi di cui abbiamo discusso nel precedente capitolo.

In virtù di tali assiomi, **l'utilità totale (*U*) cresce al crescere delle quantità consumate.**

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.1 Utilità totale (*U*) (*continua*)

La variazione della soddisfazione misurata attraverso l'utilità dipende dalla **funzione di utilità**, la cui forma generale, nel caso dei due beni *C* e *M*, è del tipo:

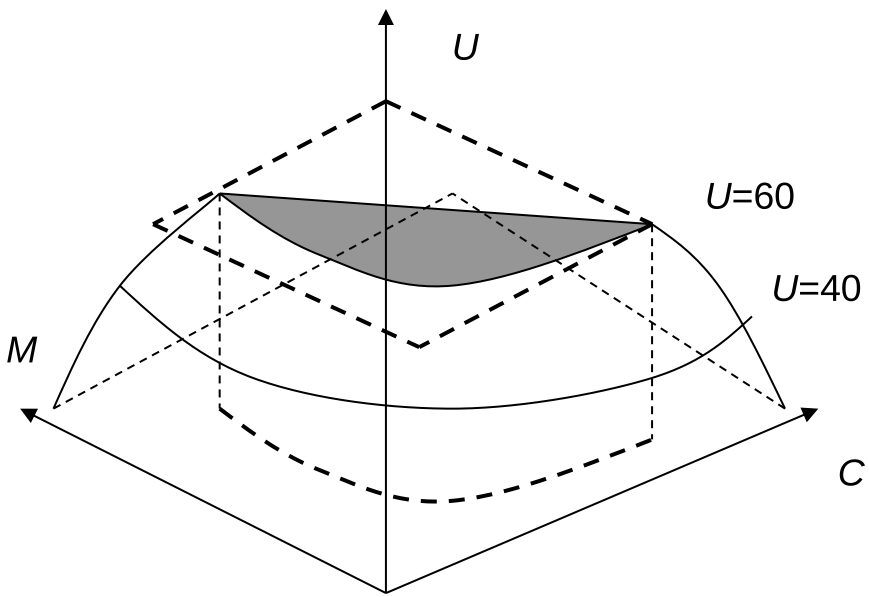
$$U = F(C, M)$$

Si tratta di una funzione tridimensionale poiché la variabile dipendente, *U*, dipende da due variabili indipendenti date dai beni *C* e *M*.

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.1 Utilità totale (*U*) (*continua*)

Graficamente essa appare così come segue:



Se **sezioniamo** tale figura con un piano parallelo alla base, otteniamo le combinazioni di *M* e *C* che danno luogo alla stessa utilità.

La **proiezione** di una di tali sezioni altro non è se non una delle curve di indifferenza corrispondenti alla funzione di utilità data.

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.1 Utilità totale (*U*) (*continua*)

Consideriamo il seguente esempio di funzione di utilità:

$$U = M * C$$

Come vediamo, se aumentano *M* e *C*, aumenta anche *U*

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.1 Utilità totale (*U*) *(continua)*

Partiamo dalla funzione ***U* = *M* * *C***:

con **M = 4** e **C = 4**

ottengo **U = 16**

Caso 1: aumenta il consumo di entrambi i beni

Se **M = 8** e **C = 8**

ottengo valori di utilità pari a

U = 64

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.1 Utilità totale (*U*) *(continua)*

Caso 2: aumenta solo il consumo del bene C

I nuovi consumi sono **M = 4** e **C = 8**

ottengo utilità **U = 32**

Caso 3: aumenta solo il consumo del bene M

I nuovi consumi sono **M = 8** e **C = 4**

ottengo utilità pari a **U = 32**

Caso 4: aumenta C e diminuisce M (o viceversa)

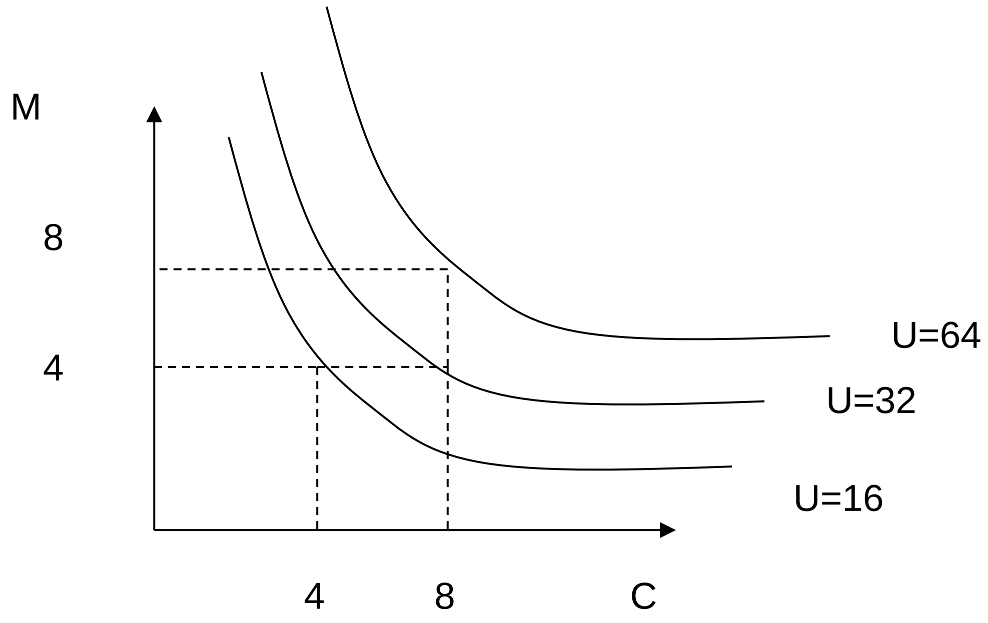
I nuovi consumi sono **M = 2** e **C = 8**

ottengo utilità pari a **U = 16**

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.1 Utilità totale (*U*) (*continua*)

Rappresentiamo le curve di indifferenza corrispondenti ai tre livelli di utilità ottenuti:



4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.1 Utilità totale (*U*) (*continua*)

Vediamo che con l'aumento nel consumo di 1 o entrambi i beni il consumatore "salta" su una curva di indifferenza più esterna

Domanda: come si determinano gli altri panieri, oltre quelli dati nell'esempio, relativi alle curve di indifferenza?

Risposta: disponendo di una funzione di *U* è sempre possibile ottenere le corrispondenti curve di indifferenza e quindi gli infiniti panieri che le costituiscono.

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.1 Utilità totale (*U*) *(continua)*

Perciò:

data la funzione $U = M*C$ e posto $U = k$

l'espressione algebrica relativa alla famiglia di curve di indifferenza corrispondenti alla funzione di utilità data diventa:

$$M = k/C$$

Esempio: utilizziamo l'espressione M = k/C per costruire la sottostante tabella

	C	1	2	3	4	5	6	7
k = 16	M	16	8					
k = 20	M							
k = 30	M							

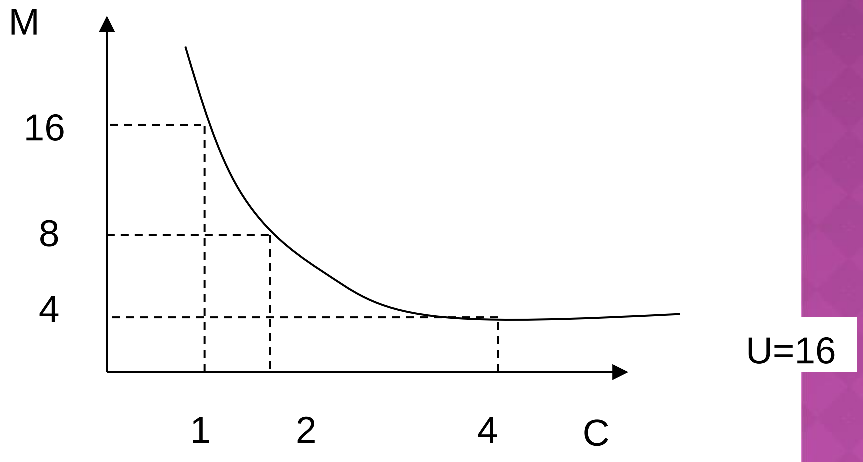
4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.1 Utilità totale (*U*) (*continua*)

	C	1	2	3	4	5	6	7
k = 16	**M**	16	8	5,3	4	3,2	2,6	2,3
k = 20	**M**	20	10	6,6	5	4	5,3	2,8
k = 30	**M**	30	15	10	7,5	6	5	4,3

Ogni riga di quella tabella corrisponde a una curva di indifferenza.

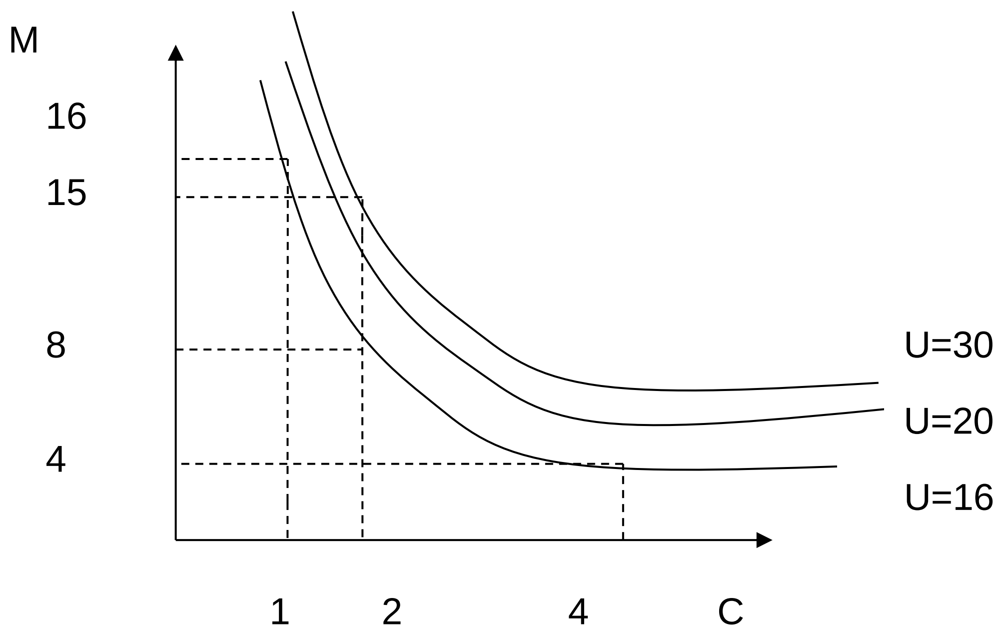
Rappresentiamo la prima per **U =k = 16:**



4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.1 Utilità totale (*U*) *(continua)*

Includiamo, ora, anche le altre:



4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.2 Utilità marginale

Posto che *U* è crescente, siamo in grado di stabilire di quanto cresca se aumentiamo la quantità consumata di un bene?

Per rispondere occorre formulare le seguenti due ipotesi:

1. gli aumenti devono essere piccoli (es.: vado 1 volta in più al cinema);
2. tengo costante il consumo dell'altro bene.

In questo modo riesco a calcolare un **saggio di variazione dell'*U*.**

Il saggio di variazione dell'*U* è chiamato Utilità Marginale (UM)

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.2 Utilità marginale

Come si ottiene la *UM*?

Ipotizzando variazioni nel consumo del bene *C*, l'*UM* si ottiene

mettendo a rapporto le due variazioni

⇓

$UM = \Delta U / \Delta C$

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

Esercizio

Calcoliamo l'Utilità Marginale UM = ΔU/ΔC		
C	*U*	*UM*
0	0	
1	4	4 : 1 = 4
2	7	3
3	9	2
4	10	1
5	10	0

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.2 Utilità marginale decrescente

La grandezza e l'andamento dell'**UM** dipende dall'andamento della funzione ***U***.

Se il valore di *U* associato al consumo crescente di un solo bene aumenta, ma in misura via, via minore, vale

la legge della UM decrescente:

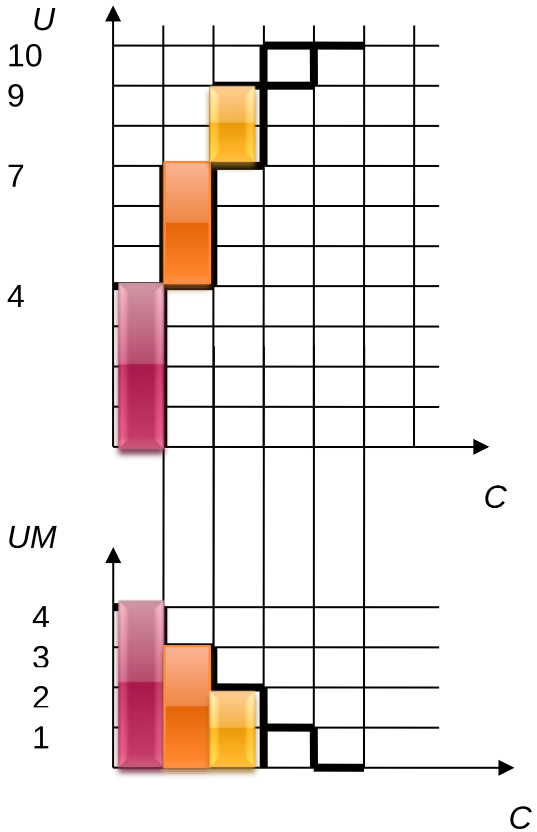
ovvero

a mano a mano che aumenta il consumo di un bene, l'utilità dell'ultima unità consumata è sempre inferiore a quella della unità precedente

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.2 Utilità marginale decrescente

La relazione tra andamento di *U* e di *UM* è chiaramente rappresentato nel seguente grafico:

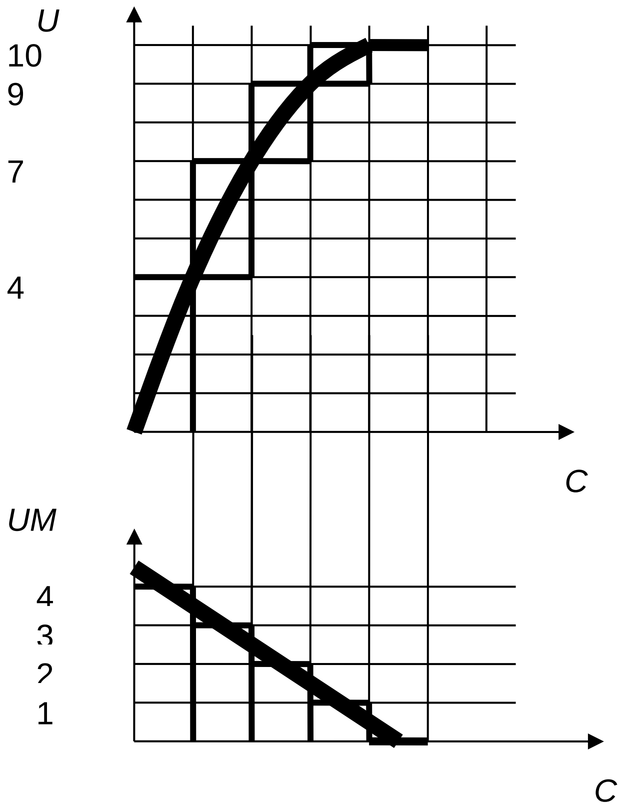


L'informazione contenuta nel grafico è anche su questa tabella		
C	*U*	*UM*
0	0	
1	4	4
2	7	3
3	9	2
4	10	1
5	10	0

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

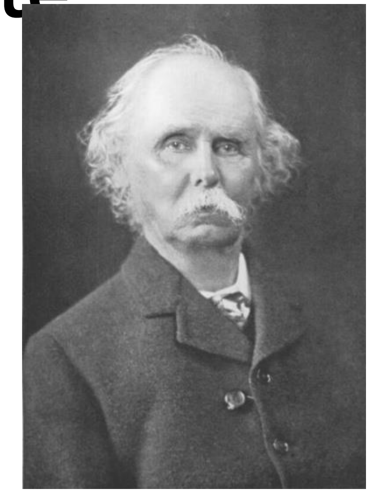
4.2.2 Utilità marginale decrescente

Le funzioni appena rappresentate sono di norma riportate nella forma continua. Vediamo:



4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.2 Utilità marginale decrescente



Alfred Marshall (1842-1924)

Ma nella realtà l'utilità marginale è sempre decrescente?

↓

Non sempre

Esempio: la carta da parati di Alfred Marshal

Se mi servono 3 rotoli per rivestire la sala da pranzo, comprarne 2 è "**peggio che inutile**".

Quindi in questo caso, non è vero che il terzo rotolo aggiunge meno soddisfazione del secondo

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.2 Utilità marginale decrescente

Altri casi di utilità marginale non decresce sono quelli in cui ho a che fare con qualche cosa che "devo imparare a fare":

come sciare

Prima discesa

Seconda discesa

… però…

nella maggior parte dei casi i beni e servizi vengono consumati in quantità tali da rendere l'utilità marginale di una sciata in più decrescente

4.2 UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

4.2.2 Utilità marginale decrescente

Perché tradizionalmente il pollo era considerato un alimento dei giorni di festa e ora non è più così?

Come cambia l'utilità marginale a seconda del tipo di allevamento?

4.3 UTILITÀ MARGINALE, *SMS* E CURVE DI INDIFFERENZA

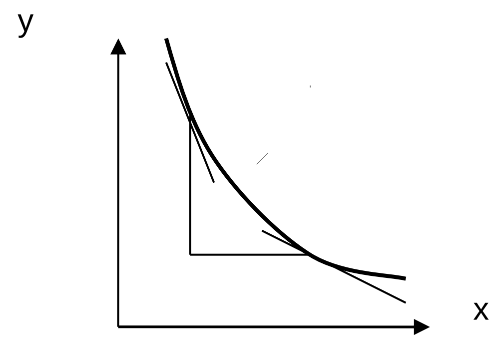
DEFINIZIONE DI SMS COME RAPPORTO DI UTILITA' MARGINALI

ATTENZIONE

Lungo la curva di indifferenza l'utilità è costante, perciò:

se cedo y diminuisce l'utilità totale, U

se ottengo x aumenta l'utilità totale, U



4.3 UTILITÀ MARGINALE, *SMS* E CURVE DI INDIFFERENZA

Ricordiamoci che variazioni di utilità totale U danno luogo all'utilità marginale, UM.

Da qui deriva una regola molto importante,ossia:

$$SMS = UM_C/UM_M$$

Questa definizione di *SMS* è importantissima perché mi permette di calcolare il *SMS* conoscendo la funzione di utilità

4.3 UTILITÀ MARGINALE, SMS E CURVE DI INDIFFERENZA

La precedente interpretazione di SMS, inoltre, ci permette di capire ancora meglio perché il SMS decresce

Il SMS decresce perchè via, via che diminuiscono le quantità possedute di un dato bene, aumenta la sua UM per cui il consumatore è disposto a cederne quantità sempre minori

4.3 UTILITÀ MARGINALE, *SMS* E CURVE DI INDIFFERENZA

DIMOSTRAZIONE MATEMATICA

Per poter stare sulla stessa curva di indifferenza aumento e diminuzione devono essere della stessa entità.

Se:

ΔC = variazione totale >1

ΔM = variazione totale >1

Ne consegue che lungo la curva d'indifferenza vale la regola:

$$\Delta U = 0 = \Delta C * UM_C + \Delta M * UM_M$$

4.3 UTILITÀ MARGINALE, *SMS* E CURVE DI INDIFFERENZA

Da ciò deriviamo che

$$-\Delta M/\Delta C = UM_C/UM_M$$

ossia

$$SMS = UM_C/UM_M$$

4.3 UTILITÀ MARGINALE, *SMS* E CURVE DI INDIFFERENZA

Calcolo dell'Utilità marginale per variazioni infinitamente piccole: applicazione del calcolo delle derivate

Sappiamo che l'*UM* si ottiene mettendo a rapporto le 2 variazioni nel seguente modo:

$$UM = \Delta U / \Delta C$$

Se però gli incrementi del bene consumato sono infinitamente piccoli, l'*UM* si ottiene con il calcolo della derivata parziale.

Riferito al bene *C*, tale calcolo viene convenzionalmente indicato con la seguente simbologia:

$$UM = U'_C = \partial U / \partial C$$

4.3 UTILITÀ MARGINALE, SMS E CURVE DI INDIFFERENZA

Ricapitoliamo

Il l'**SMS** esprime l'ammontare massimo di un bene che un individuo è **disposto a cedere per ottenere in cambio una unità addizionale di un altro lasciando inalterata la sua soddisfazione**.

Si calcola:

1. **Come rapporto di due variazioni:**
   in questo caso ho i dati in una tabella
2. **Come rapporto di utilità marginali:**
   in questo caso ho una funzione di utilità

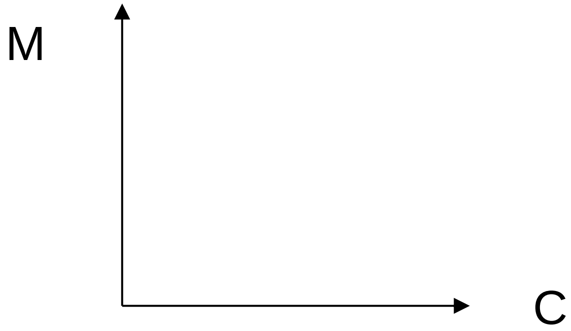
4.3 UTILITÀ MARGINALE, SMS E CURVE DI INDIFFERENZA

Esempio con funzione di utilità

Data la funzione di utilità $U(C,M) = (M*C)^2$:

1. Derivare la funzione del SMS;

2. Calcolare il valore puntuale del SMS in corrispondenza delle quantità M=2 e C=4



1. Funzione del SMS

$U'(M) = 2*MC*C$

$U'(C) = 2*MC*M$

SMS = $U'(C)/U'(M) = 2*MC*M/2*MC*C =$ $\mathbf{M/C}$

SMS = $\mathbf{M/C}$ Espressione generale lungo tutta la curva di indifferenza

4.3 UTILITÀ MARGINALE, SMS E CURVE DI INDIFFERENZA

2. Calcolo del valore puntuale del SMS

Per ottenere il valore del SMS in corrispondenza di un dato paniere (M; C) devo sostituire nella formula SMS = M/C le quantità M e C.

Es. M=2 e C=4

SMS=1/2

4.4 ESEMPI DI FUNZIONI DI UTILITÀ

Beni normali

$U(C,M) = M*C$

$U(C,M) = (M*C)^2$

Cobb-Douglas

$U(C,M) = M^b * C^d$

Perfetti sostituti

$U(C,M) = M + C$

$U(C,M) = (M + C)^2$

$U(C,M) = M + 2C$

Perfetti complementi

$U(C,M) = \min(M, C)$

$U(C,M) = \min(M, 1/2C)$

4.4 ESEMPI DI FUNZIONI DI UTILITÀ

Proprietà della funzione di utilità Cobb-Douglas

$U(C,M) = C^b * M^d$

- $U'_C = bC^{b-1} * M^d$
- $U'_M = dC^b * M^{d-1}$

- Metto a rapporto

$$\boxed{SMS = \frac{U'_C}{U'_M} = \frac{b}{d}\frac{M}{C}}$$

Questa espressione di *SMS* è valida per qualsiasi valore dei parametri e costituisce una regola generale applicabile su tutte le funzioni *C-D*.

4.4 ESEMPI DI FUNZIONI DI UTILITÀ

Si dice **trasformazione monotòna** di una funzione di utilità qualsiasi operazione che trasformi la funzione di partenza lasciando inalterato l'ordine delle preferenze.

Data una funzione di utilità U = A*C, una trasformazione monotòna si ottiene:

a) moltiplicando la funzione per un numero positivo: f(U) = 3(A*C)
b) aggiungendo un numero qualsiasi alla funzione: f(U) = (A*C) + 17
c) elevando la funzione per una potenza dispari (non si deve invertire l'ordine dei numeri, cioè non si deve cambiare il segno della funzione): $f(U) = (A*C)^3$