

7 Esercizi di Analisi Matematica 2 - Lista 7

Esercizio 7.1. Utilizzando una delle formule di Green-Gauss calcolare

$$\iint_D \frac{y}{x} dx dy$$

dove $D = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq e, 0 \leq y \leq \ln x \}$.

Esercizio 7.2. Calcolare

$$\oint_{\Gamma} (x^3 - xy) dx + (y^2 - 2xy) dy$$

dove Γ è il perimetro del quadrato $Q = [0, 2] \times [0, 2]$ percorso in senso antiorario.

Esercizio 7.3. Utilizzando la formula di Gauss-Green calcolare

$$\iint_A xy dx dy$$

dove A è:

- il dominio delimitato dalla curva di equazione $y = (x-1)^2$, con $x \in [0, 1]$, e dagli assi nel primo quadrante;
- il semicerchio limitato dalla curva $x = r \cos t, y = r \sin t$, con $r > 0, t \in [0, \pi]$ e dall'asse x .

Esercizio 7.4. Enunciare il Teorema di Stokes. Utilizzarlo per calcolare il flusso del rotore di \mathbf{F} attraverso S , dove

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y + z^2) \mathbf{i} + (x^2 + y) \mathbf{j} + \arctan(x^2 + y - z) \mathbf{k}$$

ed S è il disco del piano $z = 0$ di centro l'origine e raggio 1. Calcolare sia l'integrale superficiale che quello curvilineo.

Esercizio 7.5. Sia \mathbf{F} il campo vettoriale definito da

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (-y, 4z, 3x)$$

e sia S la porzione di superficie delimitata dal paraboloide $z = 4 - x^2 - y^2$ e dal piano xy , orientata verso l'alto. Calcolare il flusso del rotore di \mathbf{F} attraverso S e, utilizzando il Teorema di Stokes, calcolare sia l'integrale superficiale che quello curvilineo.