

6 Esercizi di Analisi Matematica 2 - Lista 6

Esercizio 6.1. Si consideri, nel suo insieme di definizione, la forma differenziale lineare ($a \in \mathbb{R}$):

$$\omega = (2x + yze^{xyz}) dx + axze^{xyz} dy + xye^{xyz} dz$$

- Trovare i valori di a per i quali ω è esatta e calcolarne le primitive. (*Suggerimento:* utilizzare il teorema sulla caratterizzazione delle forme esatte).
- Per i valori di a trovati al punto precedente, calcolare l'integrale

$$\int_{\gamma} \omega$$

dove γ è il segmento che unisce (nell'ordine) il punto $(0, 0, 0)$ al punto $(1, 1, 1)$.

Esercizio 6.2. Si consideri la forma differenziale lineare

$$\omega = [\sin(x + y) + ax \cos(x + y)] dx + 2bx \cos(x + y) dy$$

con $a, b \in \mathbb{R}$.

- Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} \omega$, dove γ è la frontiera del quadrato $Q = [-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$.
- Trovare, se esistono, i valori di a e b per i quali la forma è esatta ed eventualmente calcolare le primitive.

Esercizio 6.3. Calcolare l'area della porzione di superficie

$$\Sigma = \left\{ z = 9 - x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 \leq \frac{1}{2} \right\}$$

Esercizio 6.4. Calcolare gli integrali superficiali:

1) $\int_{\Sigma} (x + 2y + z - 4) d\sigma$ dove $\Sigma = \{z = 2 - x - y, \quad x^2 + y^2 \leq \frac{1}{16}\}$

2) $\int_{\Sigma} \arctan \frac{y}{x} d\sigma$ dove $\Sigma = \{z = x^2 + y^2, \quad 1 \leq z \leq 4\}$

3) $\int_{\Sigma} \frac{1}{4 + z} d\sigma$ dove $\Sigma = \{z = x^2 + y^2, \quad x^2 + y^2 \leq 1\}$