

5 Esercizi di Analisi Matematica 2 - Lista 5

Esercizio 5.1. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} \sqrt{x+2y} ds$$

dove γ è il segmento di \mathbb{R}^2 di estremi $(0, 0)$ e $(2, 4)$.

Esercizio 5.2. Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} f ds$ dove f è definita come

$$f(x, y) = x^2 y$$

mentre γ è la porzione di circonferenza di centro l'origine e raggio 2 contenuta del primo quadrante.

Esercizio 5.3. Sia σ il grafico di $y = \sqrt{x}$, con $x \in [1, 2]$. Impostare il calcolo della lunghezza di σ e calcolare l'integrale

$$\int_{\sigma} y ds$$

Esercizio 5.4. Data la forma differenziale lineare

$$\omega = 2xy dx + x^2 dy$$

verificare che la forma risulta chiusa in \mathbb{R}^2 . Calcolare $\int_{\Gamma} \omega$ dove

$$\Gamma = \{x = \cos t, y = t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\}$$

Esercizio 5.5. Data la forma differenziale lineare

$$\omega = (x - 2y) dx - (2x + y) dy$$

si dica se è esatta nel suo campo di definizione e in caso affermativo si trovi la funzione potenziale. Successivamente si integri ω lungo la frontiera (orientata positivamente) del dominio D definito come la parte del cerchio $x^2 + y^2 \leq 4$ avente ascisse non negative.