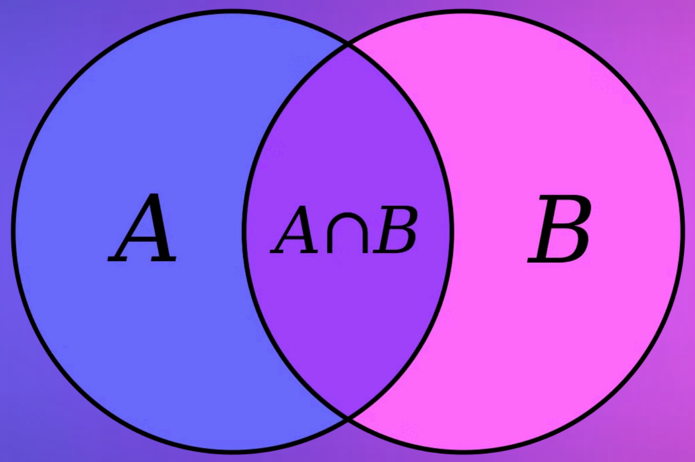
INSIEMI E LOGICA: TEORIA INTUITIVA DEGLI INSIEMI

La teoria intuitiva degli insiemi è un fondamento essenziale della matematica moderna. Essa ci consente di comprendere e manipolare i concetti di base, come l'appartenenza, l'unione e l'intersezione di gruppi di oggetti. Questa comprensione intuitiva degli insiemi ci permette di affrontare in modo efficace una vasta gamma di problemi matematici, dalla logica alla statistica, dalla geometria all'algebra.



Operazioni tra insiemi: unione, intersezione, ecc.

Unione

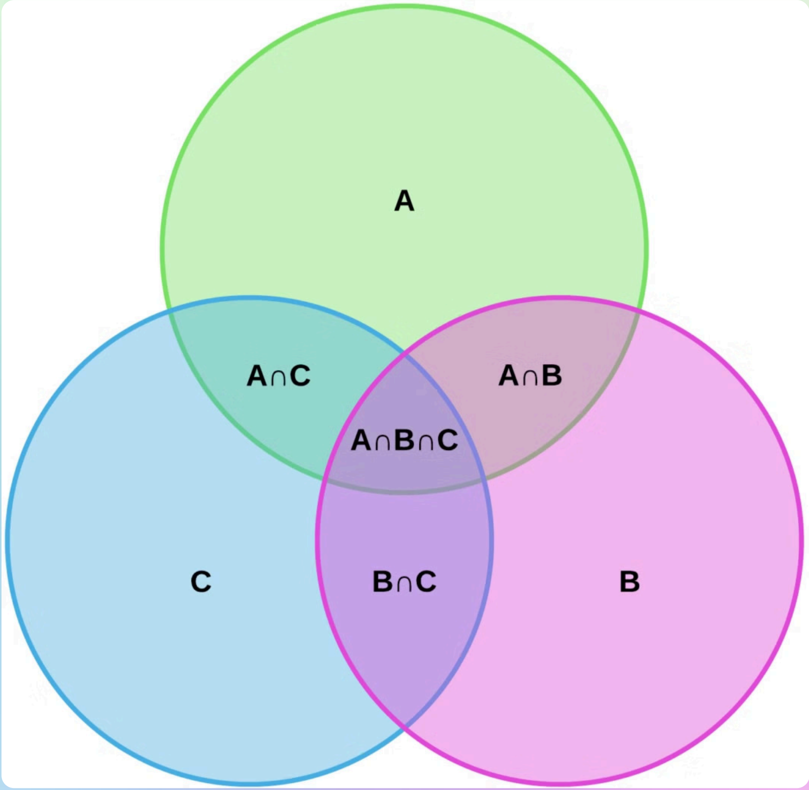
L'unione di due insiemi A e B, rappresentata come A ∪ B, è l'insieme che contiene tutti gli elementi che appartengono ad almeno uno dei due insiemi. È l'insieme più grande che include tutti gli elementi di A e di B senza ripetizioni.

Intersezione

L'intersezione di due insiemi A e B, rappresentata come A ∩ B, è l'insieme che contiene solo gli elementi che appartengono sia ad A che a B. È l'insieme più piccolo che include solo gli elementi comuni ai due insiemi.

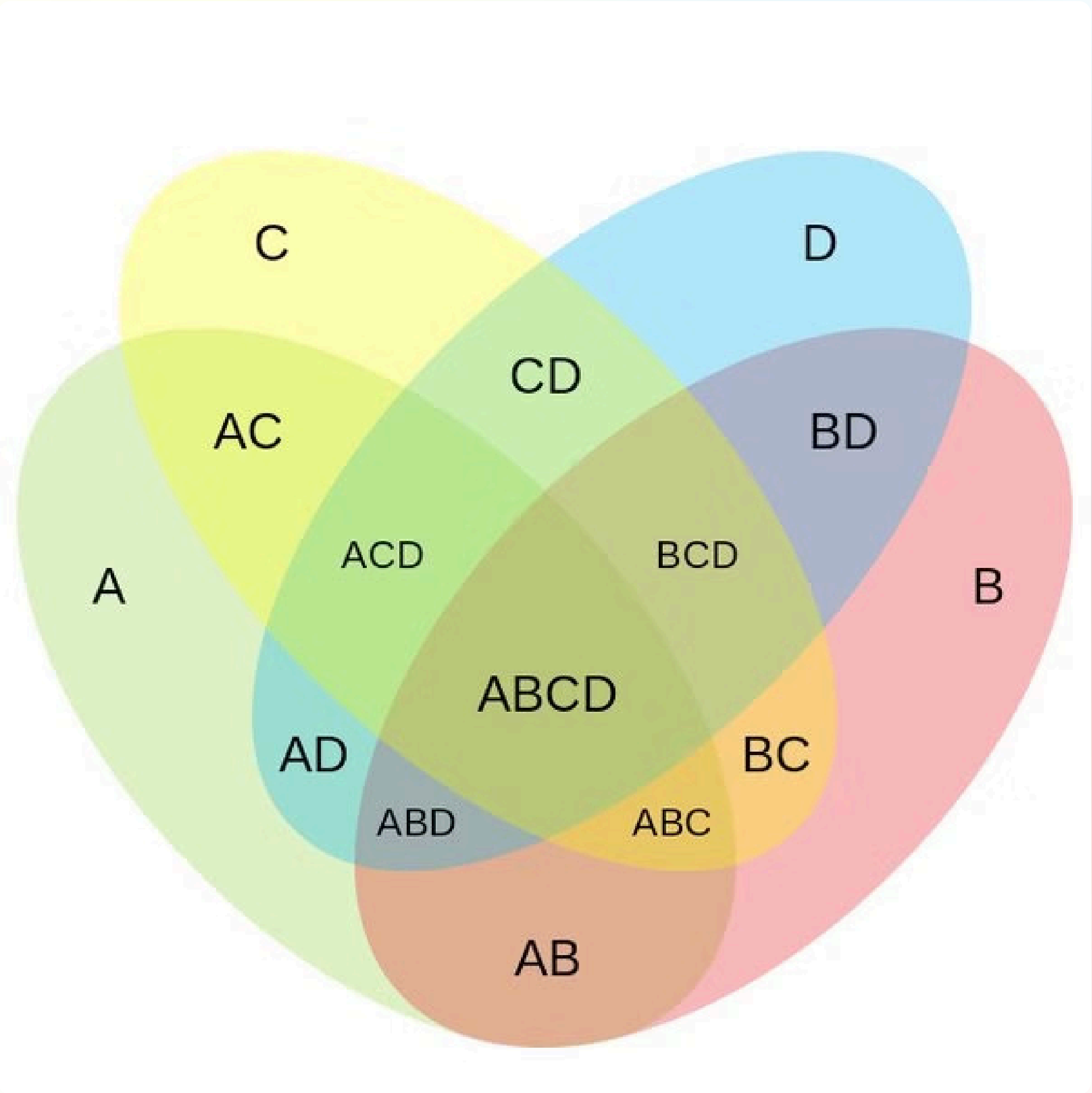
Altre operazioni

Oltre all'unione e all'intersezione, esistono altre operazioni fondamentali tra insiemi, come la differenza (A \ B), il complemento (A') ed il contenimento (A⊂B, A⊆B). Queste operazioni permettono di manipolare e combinare gli insiemi in modi più complessi e potenti.



Diagrammi di Venn

I diagrammi di Venn sono diagrammi che rappresentano visivamente le relazioni tra gli insiemi. Sono composti da circonferenze sovrapposte, ognuna delle quali rappresenta un insieme, e le parti di sovrapposizione rappresentano gli elementi che appartengono a entrambi gli insiemi. I diagrammi di Venn sono utili per visualizzare e comprendere le operazioni tra gli insiemi in modo intuitivo.



Insiemi numerici: naturali, interi, razionali, reali

Numeri Naturali

I numeri naturali (N) sono i numeri utilizzati per contare, come 1, 2, 3, 4, 5 e così via. Sono i numeri più semplici e fondamentali, alla base di tutto il sistema numerico.

Numeri Interi

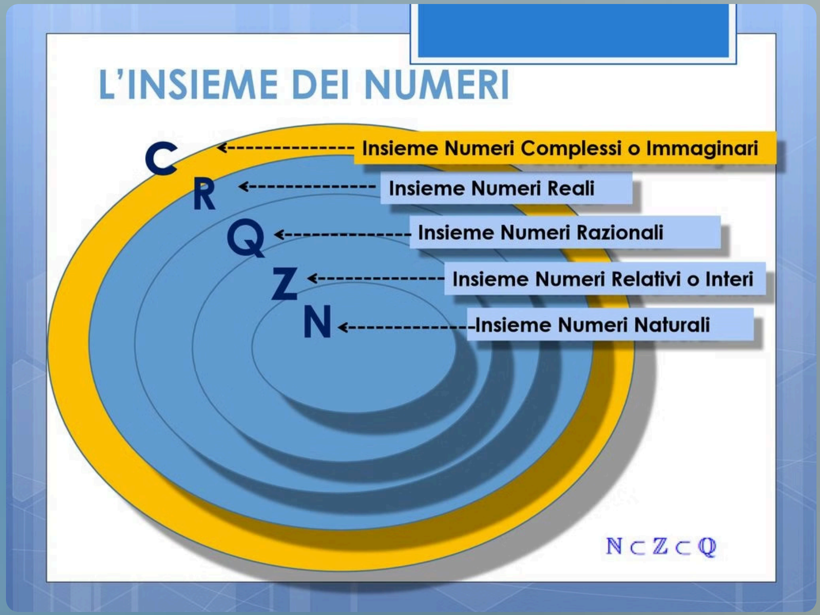
I numeri interi (Z) includono sia i numeri naturali che i loro opposti (numeri negativi), come -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3. Permettono di rappresentare quantità che vanno oltre il semplice conteggio.

Numeri Razionali

I numeri razionali (Q) sono i numeri che possono essere espressi come rapporti (frazioni) di due numeri interi, come 1/2, 3/4, 7/11. Includono sia i numeri interi che le frazioni.

Numeri Reali

I numeri reali (R) comprendono tutti i numeri razionali e anche i numeri irrazionali, come π e √2, che non possono essere espressi come semplici frazioni. Rappresentano l'insieme più ampio e completo di numeri.



Tavole di Verità

Le tavole di verità sono strumenti fondamentali per rappresentare e analizzare le operazioni logiche tra proposizioni. Esse illustrano in modo sistematico tutti i possibili valori di verità (vero o falso) delle proposizioni coinvolte in una determinata operazione logica.

Connettivi logici

Per utilizzare le tavole di verità, è necessario comprendere i diversi connettivi logici, grazie ai quali è possibile costruire complesse operazioni logiche che permettono di manipolare le informazioni in modo rapido ed efficiente e che sono essenziali per la progettazione di circuiti digitali e per l'elaborazione di informazioni in modo automatizzato.

1. **DISGIUNZIONE (OR, $\vee$)**

   la disgiunzione di due proposizioni è vera se e soltanto se almeno una di esse è vera.

2. **CONGIUNZIONE (AND, $\wedge$)**

   la congiunzione di due proposizioni è vera se e soltanto se entrambe sono vere.

3. **NEGAZIONE (NOT, ¬, ~)**

   La negazione di una proposizione è vera se la proposizione è falsa, e viceversa.

4. **IMPLICAZIONE ($\rightarrow$, $\Rightarrow$)**

   L'implicazione di due proposizioni è vera a meno che la prima sia vera e la seconda sia falsa. In tutti gli altri casi, l'implicazione è considerata vera.

5. **DOPPIA IMPLICAZIONE ($\Leftrightarrow$)**

   La doppia implicazione mette in relazione due proposizioni logiche con una doppia implicazione materiale e si legge A se e solo se B. E' anche detta bicondizionale o coimplicazione logica. La doppia implicazione è vera soltanto se le proposizioni logiche hanno lo stesso valore di verità (entrambe VERE o entrambe FALSE)

Esempi di tavole di verità

Questi esempi di tavole di verità mostrano l'applicazione dei principi di negazione, congiunzione, disgiunzione e implicazione alle proposizioni. Le tavole di verità consentono di determinare la verità di una proposizione in base ai valori di verità delle sue componenti.

Tavole di verità

Quando due proposizioni vengono legate insieme usando i connettivi logici, il valore di verità della proposizione che ne risulta dipende dal valore di verità delle proposizioni componenti, secondo le seguenti regole o tavole di verità: Per il simbolo ~

p	$\sim p$
V	F
F	V

Per gli altri:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Longrightarrow q$	$p \Longleftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F
V	F	F	V	F	F
F	F	F	F	V	V

A parole:
"p ⋀ q" è vera se p e q sono entrambe vere; falsa negli altri casi
"p V q" è falsa se p e q sono entrambe false; vera negli altri casi
"p ⇒ q" è falsa se p è vera e q è falsa; vera negli altri casi
"p⇔ q" è vera se p e q sono entrambe vere o entrambe false; falsa negli altri casi.

Tavole di verità

Cominciamo con il costruire **¬A**; poi aggiungiamo B; costruiamo **¬A ⇔ B** e finalmente arriviamo alla proposizione composta richiesta **(¬A ⇔ B) ⇒ A)**

A	¬A	B	¬A ⇔ B	(¬A ⇔ B) ⇒ A
V	F	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	F
F	V	F	F	V

Costruiamo la tavola di verità $p \wedge (p \vee q)$

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	F