

**Problema 1.**

Siano  $A, B$  e  $C$  insiemi. Si provi che

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$

**Problema 2.**

Dimostrare la seguente affermazione: una funzione  $f : X \rightarrow Y$  è iniettiva se e solo se  $\forall T \subseteq X$  si ha che  $f(X \setminus T) \subseteq Y \setminus f(T)$ .

**Problema 3.**

Usando il principio di induzione mostrare che, per ogni  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n^3 - n$  è divisibile per 6.

**Problema 4.**

- Determinare tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^2 - i = i^5$$

- Calcolare, utilizzando la forma esponenziale, la potenza

$$\left(\frac{1}{2}(-\sqrt{2} + i\sqrt{2})\right)^{14}$$

scrivendola nella forma  $a + ib$ .

**Problema 5.**

Dato un insieme  $A$ , dimostrare che le seguenti definizioni sono equivalenti:

- esiste un sottoinsieme proprio  $B \subset A$ ,  $B \neq A$ , ed una corrispondenza biunivoca tra  $A$  e  $B$
- esiste un'applicazione da  $A$  in  $A$  iniettiva ma non suriettiva

**Problema 6.**

Determinare il più piccolo intero positivo  $k$  tale che il seguente sistema di congruenze ammetta soluzione

$$\begin{cases} x \equiv_2 7 \\ x \equiv_3 10 \\ x \equiv_6 k \end{cases}$$