Problema 1.

Siano A, B e C insiemi. Si provi che $A \setminus B = A \setminus C$ se e solo se $A \cap B = A \cap C$.

Problema 2.

Dimostrare la seguente affermazione: una funzione $f : X \to Y$ è suriettiva se e solo se $\forall\, T \subseteq X$ si ha che $Y \setminus f(T) \subseteq f(X \setminus T)$.

Problema 3.

Dimostrare per induzione che per ogni numero naturale n dispari, 3 divide $2^n + 1$

Problema 4.

- Determinare tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$(z + i)^2 = i(1 + i + 2z)$$

- Calcolare, utilizzando la forma esponenziale, la potenza

$$\left(\frac{1}{2}(\sqrt{2} + i\sqrt{2})\right)^{14}$$

  scrivendola nella forma $a + ib$.

Problema 5.

Si definisca la relazione $\preceq$ su $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ come segue

$$(a, b) \preceq (c, d) \Leftrightarrow (a, b) = (c, d) \quad \text{o} \quad a^2 + b^2 < c^2 + d^2.$$

Mostrare che $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, \preceq)$ è un insieme parzialmente ordinato.

Problema 6.

Sia $a \in \mathbb{N}$ un numero naturale e si consideri il sistema di congruenze

$$\begin{cases} x \equiv_4 a \\ ax \equiv_2 1 \end{cases}$$

Determinare per quali valori di a il sistema ammette soluzioni.