Problema 1.

Sia $f : X \to Y$ una funzione, e sia $\mathcal{F} \subseteq P(X)$. Si provi che

$$f\left(\bigcap_{A\in\mathcal{F}} A\right) \subseteq \bigcap_{A\in\mathcal{F}} f(A)$$

Problema 2.

Dato un intero $p \in \mathbb{Z}$, $p \neq 0, \pm 1$, sia $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ la funzione

$$n \mapsto \begin{cases} np & \text{se } p \text{ non divide } n \\ n & \text{se } p \text{ divide } n \end{cases}$$

Dire, giustificando la risposta, se f è iniettiva e/o suriettiva.

Problema 3.

Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}^*$ vale la seguente disuguaglianza $2^{n-1} \leq n!$

Problema 4.

- Determinare tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$(6+3i)^2 = 4i - 30z$$

- Calcolare, utilizzando la forma esponenziale, la potenza

$$\left(\frac{1}{2}(-1+i\sqrt{3})\right)^{13}$$

Problema 5.

Si definisca nei numeri complessi $\mathbb{C}$ la seguente relazione ($z, w \in \mathbb{C}$):

$$z\,R\,w \quad \Leftrightarrow \quad Re(z) \leq Re(w) \quad \text{e} \quad Im(z) \leq Im(w)$$

- Verificare se la relazione R è d'ordine parziale.
- Verificare se la relazione R è un ordine totale.

Problema 6.

Determinare tutte le soluzioni intere del seguente sistema di congruenze $\begin{cases} 3x \equiv_5 2 \\ 2x \equiv_6 14 \end{cases}$