

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Docente: Claudia Anedda

Analisi Superiore 1 - 12/09/2024

(Analisi complessa e trasformate)

Esercizio 1.

Calcolare $\int_{\gamma_1} f(z) dz$ e $\int_{\gamma_2} f(z) dz$, dove $f(z) = \frac{5}{(z^2+3)^2}$ e

- i) γ_1 è la circonferenza di centro l'origine e raggio 2 (**5 punti**);
- ii) γ_2 è la circonferenza di centro $z_0 = 1 + i$ e raggio 2 (**2 punti**).
- iii) Ci si poteva aspettare il risultato ottenuto al punto i)? Perché? (**2 punti**)

Esercizio 2.

- ii) Calcolare l'antitrasformata di Laplace della funzione $F(s) = \frac{s+1}{s^3-3s^2}$ (**4 punti**);
- ii) sapendo che la trasformata di Fourier della funzione $\chi_{[-c,c]}(t)$, $c > 0$ è $\widehat{f}(\omega) = \frac{2\sin(\omega c)}{\omega}$, calcolare la trasformata di Fourier della funzione $\chi_{[8,12]}(t)$ applicando la proprietà di traslazione nel tempo (**2 punti**).

Domanda 1.

- i) Enunciare e dimostrare il Lemma di Jordan (**5 punti**);
- ii) fare un esempio in cui si applica il Lemma di Jordan per calcolare alcuni tipi di integrali (**3 punti**).

Domanda 2.

- i) Enunciare e dimostrare il teorema riguardante la trasformata di Fourier del prodotto di convoluzione di due funzioni (**3 punti**);
- ii) per la trasformata di Laplace vale un risultato simile? Enunciarlo (**2 punti**);
- iii) in particolare, quale corollario segue dal teorema sulla trasformata di Laplace della convoluzione di due segnali Laplace trasformabili? (**2 punti**)