



## Metodi Decisionali per l'Economia Prova scritta del 16/11/2023

Nome : .....

Cognome : .....

Matricola : .....

### Istruzioni

- Non è consentito l'utilizzo dei telefoni cellulari. Tenerli spenti durante tutta la durata della prova scritta.
- È consentito l'utilizzo del formulario e delle tavole delle distribuzioni normale e t di Student forniti dal docente durante il corso
- È consentito l'utilizzo della calcolatrice
- Giustificare le risposte date agli esercizi
- È necessario raggiungere almeno 15 punti per superare la prova

| Esercizio | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | Tot. |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|------|
| Voto      | /5 | /2 | /2 | /5 | /2 | /2 | /4 | /2 | /24  |



**Esercizio 1 (5 punti).** Francesca è alla ricerca di una casa che soddisfi le sue esigenze. Per poter trovare la casa, Francesca prende in considerazione l'idea di recarsi presso un'agenzia immobiliare oppure affidarsi ad un sito internet.

Nel caso Francesca decidesse di affidarsi ad un sito internet, con probabilità 0.37 troverebbe una casa al prezzo di 112000 Euro senza possibilità di contrattare. Invece, con probabilità 0.63 troverebbe l'offerta di un proprietario disposto a trattare il prezzo. Francesca stima che con probabilità 0.45 riuscirebbe ad acquistare la casa al prezzo di 107000 Euro, con probabilità 0.35 al prezzo di 114000 e con probabilità 0.2 al prezzo di 130000 Euro.

Se invece Francesca decidesse di rivolgersi ad un'agenzia immobiliare ci sarebbe una probabilità pari a 0.58 che l'agenzia abbia un'offerta per una casa che soddisfacente. In questo caso, l'agenzia comunica a Francesca che il venditore della casa è disponibile a trattare il prezzo e stima che con probabilità 0.42 Francesca riuscirebbe a comprare la casa a 112000 Euro, con probabilità 0.33 a 125000 Euro e con probabilità 0.25 a 105000.

Se invece nel momento in cui Francesca si rivolge all'agenzia, non ci sono offerte a disposizione, può decidere se aspettare che all'agenzia arrivino delle offerte soddisfacenti, oppure andare sul sito internet dove però troverebbe solo una casa al prezzo di 132000 Euro. Nel caso in cui decida di aspettare, l'agenzia stima che con probabilità 0.15 ci sarebbe una casa al prezzo di 108000 Euro, con probabilità 0.5 una al prezzo di 122000 e con probabilità 0.35 una casa al prezzo di 118000.

Disegnare l'albero decisionale per il problema descritto, utilizzando come criterio il costo per Francesca, risolverlo e descrivere la strategia ottimale. Inoltre trovare, se esiste, il valore minimo della probabilità  $p$  che l'agenzia abbia subito delle offerte per Francesca che renda diversa la strategia ottimale trovata in precedenza.





**Esercizio 2 (2 punti).** In una scatola ci sono 7 biglie bianche, 3 rosse e 7 nere. Tre biglie vengono estratte senza reimbussolamento. Calcolare la probabilità dei seguenti eventi

- a) Le prime due biglie sono rosse e la terza è o bianca o nera;
- b) La prima e la terza biglia sono entrambe rosse.





**Esercizio 3 (2 punti).** Su un tavolo ci sono 2 monete. Quando vengono lanciate, una moneta dà testa con probabilità 0.75 mentre l'altra dà testa con probabilità 0.5. Una moneta viene scelta a caso e lanciata.

- a) Qual è la probabilità che esca croce?
- b) Se esce testa, qual è la probabilità che fosse la moneta equilibrata?





**Esercizio 4 (5 punti).** Data la distribuzione di probabilità congiunta continua

$$f(x, y) = \begin{cases} c(3x^2 + 2y) & 0 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 4 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- 1) Trovare il valore della costante  $c$ ;
- 2) Calcolare  $P(X < 2, Y > \frac{3}{2})$ ;
- 3) Calcolare le funzioni di probabilità marginali di  $X$  e  $Y$ ;
- 4) Calcolare la media della variabile casuale  $X$ ;
- 5) Calcolare  $P(Y < \frac{5}{2})$ .





**Nome:**..... **Cognome:**.....

**Esercizio 5 (2 punti).** La velocità media di un cane di razza Border Collie è pari a 6.86 metri al secondo (m/s) con una deviazione standard di 0.85 m/s. Supponendo che la velocità segua una distribuzione normale, calcolare la probabilità che un Border Collie preso a caso corra con una velocità compresa tra 5.32 m/s e 6.50 m/s e la probabilità che corra con una velocità maggiore di 7.26 m/s.





**Esercizio 6 (2 punti).** Un'analista alimentare vuole stimare la media dei litri di acqua che una certa popolazione assume al giorno. Scegliendo un campione di 17 persone, osserva una media campionaria pari a 1.7 litri con deviazione standard pari a 0.65 litri. Utilizzando questi dati costruire un intervallo di confidenza al 90% e al 98% per la media dei litri di acqua assunti dalla popolazione considerata.





**Esercizio 7 (4 punti).** Un piccolo agricoltore è indeciso se coltivare patate o carciofi per i prossimi mesi. Dagli anni passati sa che coltivando patate riuscirà ad ottenere 630kg di patate al mese che potrà vendere a 0.72 Euro/kg. La coltivazione di carciofi invece comporta dei rischi in quanto sia la produzione che il prezzo di vendita sono variabili. Per quanto riguarda la produzione, l'agricoltore stima le varie possibilità, con relative probabilità, utilizzando la seguente tabella:

| Kg Carciofi | Probabilità | Prob. Cumulativa |
|-------------|-------------|------------------|
| 250         | 0.01        | 0.01             |
| 370         | 0.1         | 0.11             |
| 390         | 0.15        | 0.26             |
| 480         | 0.2         | 0.46             |
| 570         | 0.1         | 0.56             |
| 640         | 0.24        | 0.8              |
| 720         | 0.2         | 1.0              |

Anche il prezzo dei carciofi è variabile e, consultando dei dati degli anni passati, l'agricoltore ipotizza che il prezzo segua una distribuzione normale con media 1.05 Euro/kg e deviazione standard 0.55 Euro/kg.

Utilizzare la seguente tabella per calcolare il guadagno mensile derivante dalla coltivazione di carciofi.

| Mese | n.Casuale | Prod. Carciofi (Kg) | n.Casuale | Prezzo (Euro/kg) | Quad. Mensile (Prod. × Prezzo) |
|------|-----------|---------------------|-----------|------------------|--------------------------------|
| 1    | 0.7146    |                     | 0.4290    |                  |                                |
| 2    | 0.8119    |                     | 0.6196    |                  |                                |
| 3    | 0.2549    |                     | 0.3457    |                  |                                |
| 4    | 0.9350    |                     | 0.0422    |                  |                                |
| 5    | 0.9378    |                     | 0.5652    |                  |                                |
| 6    | 0.3105    |                     | 0.7810    |                  |                                |
| 7    | 0.0312    |                     | 0.1686    |                  |                                |
| 8    | 0.6461    |                     | 0.5835    |                  |                                |
| 9    | 0.3581    |                     | 0.8182    |                  |                                |
| 10   | 0.7915    |                     | 0.2299    |                  |                                |

Calcolare la media e la deviazione standard del guadagno mensile per la produzione di carciofi e dire quale tipo di ortaggio conviene coltivare, sulla base dei dati ottenuti.

Calcolare inoltre la probabilità che il guadagno mensile derivante dalla coltivazione di carciofi sia maggiore di quello derivante dalla coltivazione di patate utilizzando i dati della simulazione.





**Esercizio 8 (2 punti).** Si vuole studiare la relazione che intercorre tra l'altezza sul livello del mare e il tempo (in ore) di sopravvivenza di certi micro-organismi. Si sono rilevati i seguenti dati:

| Altezza ( $X \times 10^2 m$ ) | Tempo di sopravvivenza ( $Y$ ) |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 1.4                           | 4                              |
| 2.1                           | 5.2                            |
| 3                             | 6                              |
| 5.5                           | 6.4                            |
| 9                             | 5.5                            |
| 13                            | 3.2                            |

Trovare un modello di regressione lineare tra il tempo di sopravvivenza e l'altezza e, utilizzando tale modello, prevedere quante ore sopravvivrebbe un micro-organismo alle altezze di  $4.1 \times 10^2 m$  e  $11 \times 10^2 m$ .

