

Esame Matematica 3

19 Luglio 2024

Nome e Cognome Matricola

1. Determinare i massimi, minimi e punti di sella della funzione $f(x, y) = x^3 - y^2 - 2xy$.

2. Si svolga l' integrale:

$$\iint_D \frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

3. Risolvi se possibile il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

4. Sia $F(x, y) = (6x, -2)$ un campo vettoriale;

- si verifichi che è irrotazionale
- si stabilisca se è anche conservativo, e in caso affermativo si trovino le funzioni potenziale
- si calcoli il lavoro del campo lungo la curva γ costituita dal segmento che congiunge (in ordine) i punti $(0, 1)$ e $(2, 1)$.

5. Data la superficie Σ espressa in forma cartesiana dall'equazione $z = 3x + \sqrt{6}y$, con $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, risolvere l'integrale di superficie

$$\iint_{\Sigma} (x^2 + z) d\sigma$$

6. Si trovi la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 5y' + 6y = 6x^2 + 3 \\ y'(0) = 0 \\ y(0) = -\frac{2}{9} \end{cases}$$