

# Esame Matematica 3

13 giugno 2024

Nome e Cognome ..... Matricola .....

1. Si svolga l' integrale:  $\iint_D \frac{y^2 x}{x^2 + y^2}, dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$

2. Si determinino i massimi, minimi relativi e punti di sella per la funzione

$$f(x, y) = x^2 + 4y^3 - 2xy + 4$$

3. Risolvere il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \frac{y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

4. Sia  $F(x, y) = (e^{xy} + xye^{xy}, x^2 e^{xy})$  un campo vettoriale;

- si verifichi che è irrotazionale
- si stabilisca se è anche conservativo, e in caso affermativo si trovino le funzioni potenziale
- si dica quanto vale il lavoro del campo lungo la circonferenza oraria di raggio 1 centrata nell'origine.

5. Si calcoli l'integrale di superficie della funzione  $f(x, y, z) = 2xy$  esteso alla superficie espressa in forma cartesiana  $(x, y, 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2})$  con  $(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1]$ .

6. Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale omogenea  $y'' - y' - 2y = 0$ , e successivamente della non omogenea  $y'' - y' - 2y = 3x - 2$  con il metodo di somiglianza.