

9 Esercizi di Geometria e Algebra - Lista 9: Coniche

Coniche rototraslate:

Esercizio 9.1. Provare che la conica

$$3x^2 + 3y^2 + 10xy + 2x + 14y + 3 = 0$$

è una iperbole e determinare la distanza tra i vertici.

Esercizio 9.2. Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

- Scrivere l'equazione cartesiana della conica associata.
- Calcolare la forma diagonalizzata della parte quadratica e provare che si tratta di una parabola.
- Determinare la forma canonica della conica e le coordinate del vertice.

Fasci di coniche:

Esercizio 9.3. Classificare, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, la famiglia di coniche

$$x^2 + 2y^2 + 2kxy - 2kx - 2y + 1 = 0$$

- Per quali valori di k tale conica è degenere?
- Scrivere l'equazione cartesiana della conica passante per il punto $P = (1, -1)$, poi esprimerla in forma canonica.

Esercizio 9.4. Si consideri il fascio di coniche

$$kx^2 + 2y^2 - 2kxy - 4kx + 8y = 0$$

- Verificare che il punto $C = (0, -2)$ è un centro per tutte le coniche del fascio.
- Determinare per quali valori di k si hanno ellissi e per quali iperboli.