

8 Esercizi di Geometria e Algebra - Lista 8: Diagonalizzazione

Diagonalizzazione di Matrici:

Esercizio 8.1. Stabilire se le matrici

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

sono diagonalizzabili oppure no. In caso affermativo, determinare le matrici diagonalizzanti.

Esercizio 8.2. Siano date le matrici

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Determinare autovalori e autospazi di D, E , quindi diagonalizzarle.
- Calcolare la matrice prodotto DE e trovarne autovalori e autovettori. *Che relazione sussiste tra questi e quelli trovati al punto precedente?*

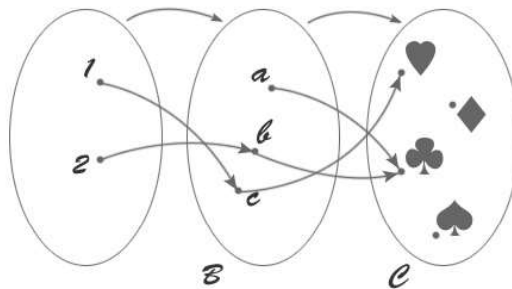


Fig. 1: Composizione di funzioni

Esercizio 8.3. Sia P una matrice di rotazione di ordine 2, ossia

$$P = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Dire se è possibile diagonalizzare P .

Osservazione: eventuali autovettori non possono essere nulli, perché una rotazione non manda nessun vettore non nullo in $\vec{0}$.

Coniche in Forma Canonica e Traslate:

Esercizio 8.4. Mediante il completamento dei quadrati, ridurre a forma canonica la conica $4x^2 - y^2 + 8x - 2y - 1 = 0$, poi rappresentarla graficamente dopo la traslazione (quindi nel sistema di rif. $O'x'y'$).

Esercizio 8.5. Sia data la conica traslata $x^2 + y^2 - 20x + 2y + 97 = 0$.

- Mediante il completamento dei quadrati, ridurla a forma canonica.
- Di che tipo di conica si tratta?
- Rappresentarla graficamente prima e dopo la riduzione a forma canonica (N.B.: la rappresentazione grafica dovrà contenere *una* conica e *due* sistemi di riferimento).