

7 Esercizi di Geometria e Algebra - Lista 7: Sistemi Lineari

Teorema di Rouchè-Capelli:

Esercizio 7.1. Sia data la matrice

$$A' = [A|B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

- Scrivere il sistema lineare avente matrice completa A' ;
- Usando il Teorema di Rouchè-Capelli, determinare se tale sistema è risolvibile o meno.

Esercizio 7.2. Si consideri il sistema di Cramer dato da

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

Trovarne, se esiste, la soluzione.

Esercizio 7.3. Usare l'algoritmo di Gauss per risolvere

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_4 + x_5 + 3x_6 + 5x_7 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 + 2x_6 + x_7 = -3 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 + x_5 + 7x_6 + 7x_7 = 1 \end{cases}$$

Sottospazi Vettoriali e Algoritmo di Gram-Schmidt:

Esercizio 7.4. Determinare una base ortonormale per il sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 definito da $x - y - z = 0$.

Esercizio 7.5. Determinare una base del sottospazio vettoriale $W \subset \mathbb{R}^5$ definito dal seguente sistema lineare omogeneo:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 + x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

Esercizio 7.6. Sia W il sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^5 definito dal sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

Determinare una base ortonormale di W .