5 Esercizi di Geometria e Algebra - Lista 5: Rango

Teorema di Kronecker:

Esercizio 5.1. Calcolare il rango delle seguenti matrici sfruttando minori orlati

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 & 7 \\ 4 & 1 & 3 & -1 & 17 \\ 7 & -5 & 0 & -3 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B_t = \begin{bmatrix} 2 & -5 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & t & 2 & t & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 8 & -2 & 8 & -2 & 8 & -2 & 7 \\ 1 & -4 & 1 & -4 & 1 & -4 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

Esercizio 5.2. Siano

$$N = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

le matrici dell'Esercizio 4.3. Calcolarne il rango $\rho(N), \rho(O)$, dopodichè determinarlo anche per le matrici prodotto NO e ON. *Possiamo dedurre l'esistenza delle inverse* $(NO)^{-1}$ *e* $(ON)^{-1}$*?*

Trasformazioni elementari su righe e colonne:

Esercizio 5.3. Mediante trasformazioni elementari sulle righe, rendere triangolari superiori le matrici

$$H = \begin{bmatrix} 2 & -5 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \qquad D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

poi determinarne il rango $\rho(H), \rho(D)$.

Sistemi Lineari:

Esercizio 5.4. Si consideri il sistema lineare dato da

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 1 \\ -x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ \frac{1}{2}x_3 + x_4 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Scrivere la matrice dei coefficienti A associata al sistema, poi calcolare il rango $\rho(A)$ e confrontarlo con quello della matrice completa $A' = [A, B]$.