

4 Esercizi di Geometria e Algebra - Lista 4: Matrici

Operazioni elementari:

Esercizio 4.1. Siano $A, B, C \in M_2(\mathbb{R})$, dove

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & \pi \end{bmatrix}$$

Calcolare $A + B + C$, AB , BC e CB . *Le ultime due coincidono?*

Esercizio 4.2. Siano

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ \frac{1}{3} & 2 \end{bmatrix}$$

Calcolare $2Q - 3F$.

Esercizio 4.3. Siano

$$N = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Calcolare il prodotto tra le due matrici.

Determinante e Rango:

Esercizio 4.4. Calcolare il determinante delle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 7 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Esercizio 4.5. Calcolare il determinante delle matrici

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

Esercizio 4.6. Trovare, se esiste, l'inversa di

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

Determinare poi per ciascuna il rango.

Esercizio 4.7. Calcolare il rango della matrice

$$H = \begin{bmatrix} 2 & -5 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Matrici e vettori:

Esercizio 4.8. Si consideri la matrice di rotazione definita come

$$R_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Moltiplicare $R_{\frac{\pi}{2}}$ col vettore colonna $\vec{u} = {}^t [1, 1]$, poi rappresentare \vec{u} e $R_{\frac{\pi}{2}} \cdot \vec{u}$ sul piano cartesiano.

Esercizio 4.9. Siano

$$\vec{u} = [1, 0, 3], \quad \vec{v} = [-1, 1, 0], \quad \vec{w} = [2, 1, 3].$$

- Calcolare il volume V del parallelepipedo individuato da \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} ;
- Calcolare l'area A del parallelogramma individuato da \vec{u} e \vec{w} .