Esame Matematica 3
9 Febbraio 2024

Nome e Cognome .... Matricola ....

1. Determinare i massimi, minimi e punti di sella della funzione $f(x,y) = xe^{y^2-x^2}$.
2. Data una funzione $f(x,y)$ di classe $C^\infty(\mathbb{R}^2)$, detta H la composizione tra f e la seguente trasformazione
$$\begin{cases} x(v,t) = e^{t^2+v} \\ y(v,t) = \ln(t+v) \end{cases}$$
calcolare le derivate H_v, H_t, H_{tv}.
3. Si svolga l' integrale:
$\iint_D \frac{1}{xy}\,dx\,dy, \quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{2} \le x \le 1,\ x \le y \le e^x\}$
4. Si svolga l' integrale:
$\int\int\int_T \frac{z}{x^2+y^2}\,dx\,dy\,dz, \qquad T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, 1 \le x^2+y^2 \le 9,\ x \ge 0,\ 0 \le z \le x\}$
suggerimento: usare la formula $\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1+\cos 2\theta)$
5. Data la superficie Σ espressa in forma cartesiana dall'equazione $z = e^x$, con $0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1$, risolvere l'integrale di superficie
$$\iint_\Sigma e^{2x} y^2\, d\sigma$$
6. Si trovi la soluzione del problema di Cauchy:
$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = x^2 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$