

## Secondo parziale Matematica 3

21 dicembre 2023

Nome e Cognome ..... Matricola .....

1. Si svolgano gli integrali:

- $\int \int_D \frac{9x^2y}{x^2+y^2}, dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$

- $\int \int \int_T z dx dy, dz, \quad T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x, \frac{x+y}{2} \leq z \leq \sqrt{x+y}\}$

2. Si calcoli l' integrale curvilineo di prima specie:

$$\int_{\gamma} e^{2x} ds$$

dove  $\gamma$  è la curva espressa in forma cartesiana di equazione  $y(x) = e^x$  con  $1 \leq x \leq 2$ .

3. Sia  $F(x, y) = (y^2e^{xy}, e^{xy} + xye^{xy})$  un campo vettoriale;

- si verifichi che è irrotazionale
- si stabilisca se è anche conservativo, e in caso affermativo si trovino le funzioni potenziale
- si calcoli il lavoro del campo lungo la curva  $\gamma$  costituita dal segmento che congiunge (in ordine) i punti  $(0, 1)$  e  $(2, 1)$ .

4. Si calcoli l'integrale di superficie della funzione  $f(x, y, z) = 2xy$  esteso alla superficie espressa in forma cartesiana  $(x, y, 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2})$  con  $(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1]$ .

5. Si trovi la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (1 + y) \sin(x) \\ y(2\pi) = 1 \end{cases}$$

6. Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale omogenea  $y'' - y' - 2y = 0$ , e successivamente della non omogenea  $y'' - y' - 2y = 2x + 1$  con il metodo di somiglianza.