

## 2 Esercizi di Geometria e Algebra - Lista 2: Geometria Analitica

*Equazione di un piano per un punto:*

**Esercizio 2.1.** Dati il punto  $P_0 = [1, 2, 3]$  e il vettore  $\vec{N} = [4, 6, 5]$

- scrivere l'equazione del piano  $\Pi$  che contiene  $P_0$  ed è ortogonale a  $\vec{N}$ ;
- stabilire se  $Q = [2, 0, 0] \in \Pi$ . Trovare inoltre un punto (diverso da  $P$  e da  $Q$ ) che appartenga a  $\Pi$ ;
- calcolare la distanza  $\text{dist}(Q, \Pi)$ .

**Esercizio 2.2.** Scrivere l'equazione del piano che contiene  $P_0 = [-1, 1, 1]$  ed è parallelo al piano  $xy$  (ossia il piano di equazione  $z = 0$ ).

**Esercizio 2.3.** Determinare il piano  $\Pi$  parallelo a  $\vec{u} = [1, 2, 0]$  e  $\vec{v} = [2, -1, 3]$  passante per l'origine.

*Rette:*

**Esercizio 2.4.** Sia data la retta

$$r : \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases}$$

Determinare un vettore parallelo ad  $r$  e scrivere la retta in forma parametrica.

**Esercizio 2.5.** Sia

$$s : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

una retta in forma parametrica.

- Determinare un punto e una direzione per  $s$ , poi scriverne le equazioni cartesiane.
- Scrivere le equazioni parametriche della retta  $l$  parallela ad  $s$  e passante per  $Q = [0, 0, 2]$ .

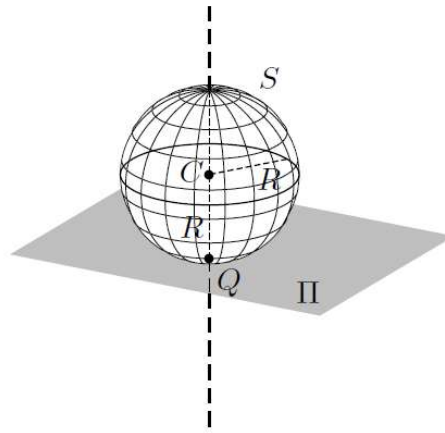
*Proiezioni Ortogonali e Punti Simmetrici:*

**Esercizio 2.6.** Siano  $P = [1, 2, 1]$  e  $\Pi : 2x - 3y + z + 1 = 0$ .

- Dopo aver verificato che  $P \notin \Pi$ , determinare la proiezione ortogonale  $Q$  di  $P$  su  $\Pi$  e dedurne la distanza  $\text{dist}(P, \Pi)$ .
- Determinare il punto  $P'$  simmetrico di  $P$  rispetto a  $\Pi$ .

**Esercizio 2.7.** Ripetere l'esercizio precedente con  $P = [1, 0, 1]$  e  $\Pi : x - y + z = 0$ , poi ripeterlo nuovamente con  $P = [1, 1, 1]$  e  $\Pi : x + y + z - 1 = 0$ .

**Esercizio 2.8.** Siano  $\Pi : x - y + z - 1 = 0$  e  $C = [1, 2, 0]$ . Scrivere l'equazione della sfera  $S$  con centro  $C$  e tangente a  $\Pi$ .



*Fasci di rette e posizione reciproca:*

**Esercizio 2.9.** Sia  $r$  la retta data in forma parametrica da

$$r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Scrivere l'equazione del piano  $\Pi$  che contiene l'origine ed  $r$ .

**Esercizio 2.10.** Sia  $r$  la retta

$$r : \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

- Scrivere l'equazione del piano  $\Pi$  che contiene l'origine ed  $r$ .
- Stabilire la reciproca posizione di  $r$  e dell'asse  $x$ . Nel caso siano sghembe, determinare la retta di minima distanza.