

## 1 Esercizi di Geometria e Algebra - Lista 1: Preliminari

*Insiemi e tavole di verità:*

**Esercizio 1.1.** Siano

$$A = \{ 1, 3, c, \pi \} \quad B = \{ 2, 3, \pi, b, c \}$$

Scrivere (in maniera estensiva) gli insiemi  $A \times B$ ,  $B \setminus A$  e  $A \cap B$ .

**Esercizio 1.2.** Scrivere la tavola di verità delle seguenti proposizioni:

$$\sim P, \quad P \wedge Q, \quad P \implies (\sim Q)$$

Mostrare poi che l'ultima è equivalente (ossia ha stessa tavola di verità) alla proposizione  $(\sim P) \vee (\sim Q)$ .

*Funzioni:*

**Esercizio 1.3.** Inventare una funzione iniettiva ma non suriettiva. In che modo dimostri l'avere o meno tali proprietà?

**Esercizio 1.4.** Considera  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f(x) = x^2 + 2$ . Mostrare che  $f$  non è iniettiva (*Suggerimento:* basta trovare due punti nel dominio che abbiano stessa immagine tramite la  $f$ ). È suriettiva?

*Vettori in  $\mathbb{R}^3$ :*

**Esercizio 1.5.** Dati i vettori  $\vec{u} = [0, -1, 1]$  e  $\vec{v} = [3, 2, 1]$

- calcolare la lunghezza (o *norma*) di ciascun vettore;
- calcolare il prodotto scalare  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  e l'angolo tra i due vettori, nonché la somma  $\vec{u} + \vec{v}$ ;
- calcolare i prodotti vettoriali  $\vec{u} \wedge \vec{v}$  e  $\vec{v} \wedge \vec{u}$ : cosa rappresenta la norma di questi due nuovi vettori?

**Esercizio 1.6.** Presi i punti  $P = [0, 2, 0]$  e  $Q = [0, 0, 1]$

- determinare il vettore  $\vec{u} = \overline{PQ}$  e calcolarne la norma;
- calcolare il punto medio  $M$  del segmento  $\overline{PQ}$ ;
- quali sono le proiezioni di  $P$  e  $Q$  nel piano  $z = 0$ ? Disegnale.