

Esercizio – Misura di rendimento e valutazione dell'incertezza

Si intende misurare il rendimento η di un dispositivo che converte una potenza in continua P_{dc} in una potenza attiva in alternata P_{ac} . Un documento normativo impone che entrambe le potenze debbano essere misurate con un'accuratezza almeno pari al 2 % del valore misurato.

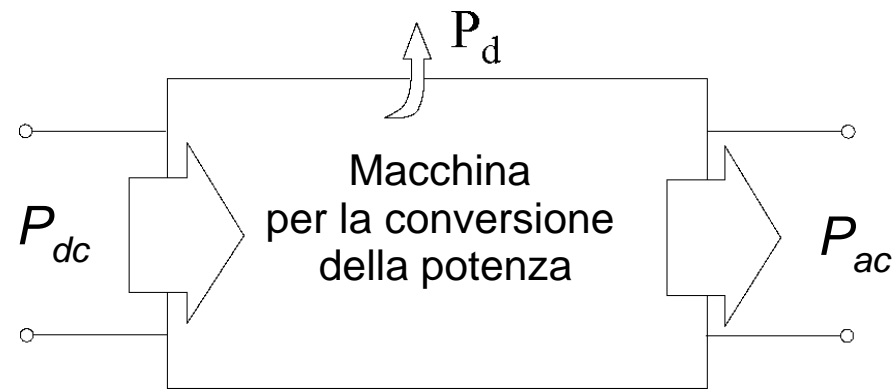
Si supponga di avere a disposizione due wattmetri digitali, aventi le seguenti specifiche di accuratezza:

- per il wattmetro in continua, impiegato nella portata di 1000 W: $\pm (1,5 \% \text{ lettura} + 0,03 \% \text{ fondo scala})$;
- per il wattmetro in alternata, impiegato nella portata di 2000 W e dotato di un display da $4 \frac{1}{2}$ cifre: $\pm (1,5 \% \text{ lettura} + 5 \text{ digit})$.

Si determini per quale valore minimo delle potenze misurate i due wattmetri rispettano le specifiche richieste dalla norma.

Si determini poi il valore del rendimento nel caso in cui i valori misurati siano $P_{dc} = 645,2 \text{ W}$ e $P_{ac} = 582,4 \text{ W}$ e, ipotizzando che la distribuzione delle variabili associate alle potenze misurate dai wattmetri sia di tipo uniforme all'interno dell'intervallo di tolleranza definito dalle rispettive specifiche e che tutte le grandezze siano indipendenti tra loro, si calcoli l'incertezza estesa con fattore di copertura $k = 3$.

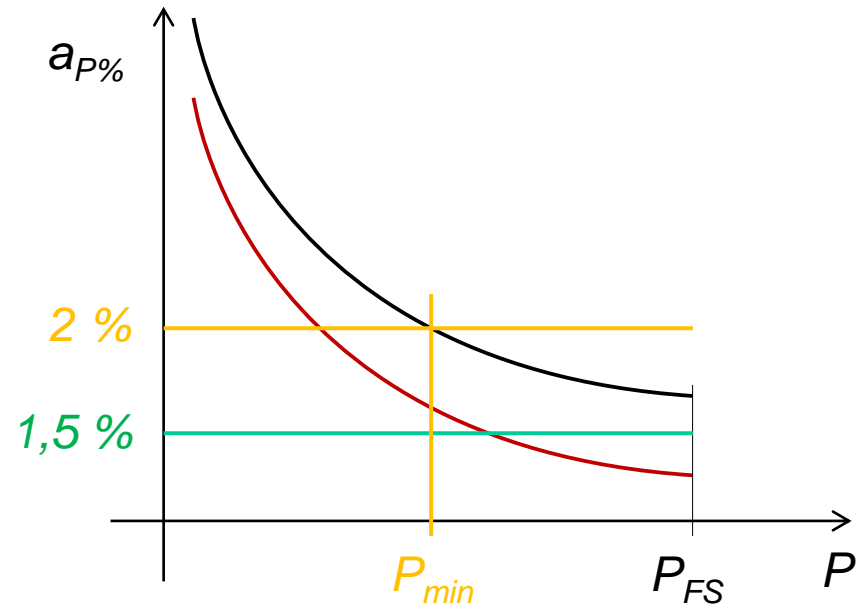
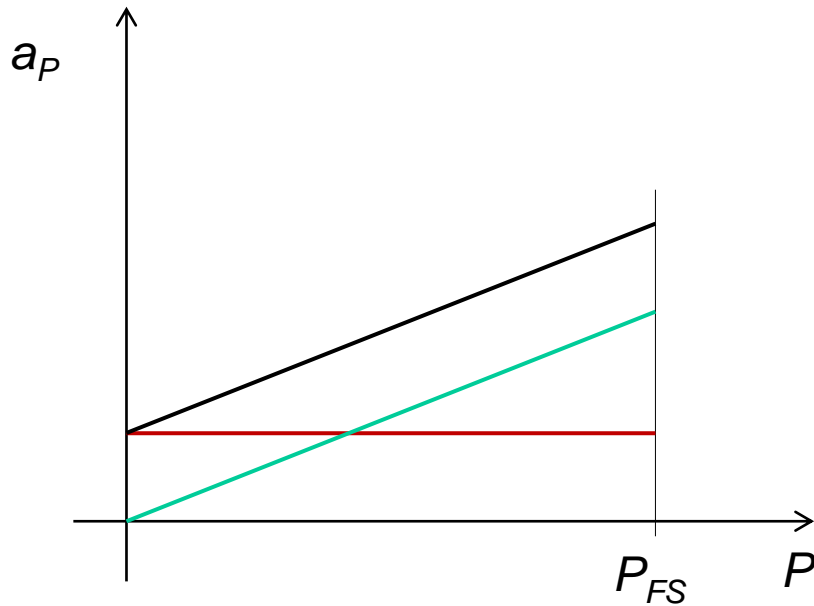
Rendimento



$$\eta = \frac{P_{ac}}{P_{dc}}$$

Espressione binomia

$$a_P = \frac{1}{100} \left(a_{1\%} \cdot P + a_{FS\%} \cdot P_{FS} \right)$$



Wattmetro DC

$$a_{P_{dc}\%_{max}} = 2 \%$$

$$a_{P_{dc}} = \frac{1}{100} \left(1,5 \cdot P_{dc} + 0,03 \cdot P_{FSdc} \right)$$

$$a_{P_{dc}\%} = 100 \cdot \frac{a_{P_{dc}}}{P_{dc}}$$

$$P_{dc_{min}} = \frac{0,03 \cdot P_{FSdc}}{2-1,5} = 60 \text{ W}$$

Wattmetro AC

$$a_{P_{ac}\%_{max}} = 2 \%$$

$$a_{P_{ac}} = \frac{1}{100} \left(1,5 \cdot P_{ac} \right) + 0,5$$

$$a_{P_{ac}\%} = 100 \cdot \frac{a_{P_{ac}}}{P_{ac}}$$

$$P_{ac_min} = \frac{100 \cdot 0,5}{2 - 1,5} = 100 \text{ W}$$

Misura del rendimento

$$\eta = \frac{P_{ac}}{P_{dc}} = 0,90267$$

Incertezze di tipo B

$$a_{P_{dc}} = \frac{1}{100} \left(1,5 \cdot P_{dc} + 0,03 \cdot P_{FSdc} \right) = 9,98 \text{ W}$$

$$u_{P_{dc}} = \frac{a_{P_{dc}}}{\sqrt{3}} = 5,76 \text{ W}$$

$$a_{P_{ac}} = \frac{1}{100} \left(1,5 \cdot P_{ac} \right) + 0,5 = 9,24 \text{ W}$$

$$u_{P_{ac}} = \frac{a_{P_{ac}}}{\sqrt{3}} = 5,33 \text{ W}$$

Legge di propagazione delle incertezze

Incertezza tipo composta

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial w_i} \right)^2 u_{w_i}^2 + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \frac{\partial f}{\partial w_i} \frac{\partial f}{\partial w_j} u_{w_i, w_j}}$$

$$u_\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial P_{ac}} \right)^2 u_{P_{ac}}^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial P_{dc}} \right)^2 u_{P_{dc}}^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{P_{dc}} \right)^2 u_{P_{ac}}^2 + \left(\frac{-P_{ac}}{P_{dc}^2} \right)^2 u_{P_{dc}}^2}$$

$$u_\eta = 0,012$$

Incerteza estesa

$$U_{\eta} = 3 \cdot u_{\eta} = 0,036$$

$$\eta = 0,903 \pm 0,036$$