Conversione AD

1 - Campionamento e quantizzazione

Generalità

I segnali che nascono dalla maggior parte dei fenomeni fisici sono tipicamente variabili con continuità sia nel tempo che nelle ampiezze. Affinché questi segnali possano essere elaborati dai sistemi digitali risultano necessarie opportune operazioni di conversione.

In Fig.1.1 sono rappresentati i blocchi funzionali che consentono tali trasformazioni: il convertitore analogico-digitale (*Analog to Digital Converter, ADC*) e il convertitore digitale-analogico (*Digital to Analog Converter, DAC*).

Fig.1.1 - *Interfacce AD e DA fra sistema analogico e digitale.*

La strumentazione di misura ricorre estensivamente all'utilizzo dei segnali in forma numerica, al fine di conseguire i vantaggi tipici di questo modo di rappresentare l'informazione.

Fra questi ricordiamo una limitata sensibilità dei segnali digitali ai disturbi e alle interferenze, la facilità di trasmissione, la possibilità di programmazione delle apparecchiature e dei compiti di misura, le ampie facoltà di *signal processing*.

Campionamento e quantizzazione

Per passare da un segnale analogico, variabile con continuità nel tempo e nelle ampiezze, alla sua forma digitalizzata si rendono necessarie due operazioni fondamentali: il campionamento e la quantizzazione.

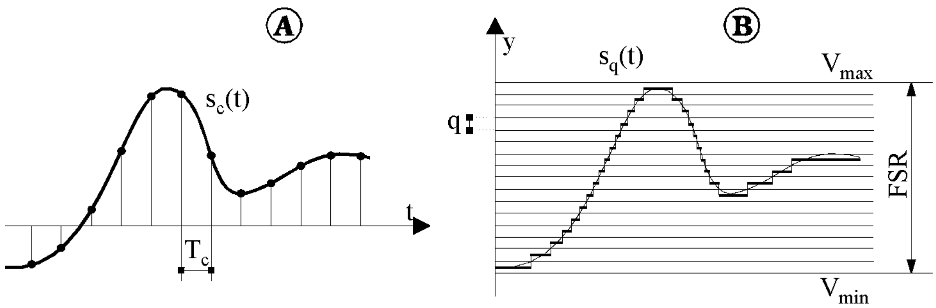

Fig.1.2 - *Campionamento e quantizzazione di un segnale analogico.*

Campionare un segnale $s(t)$ continuo nel tempo significa considerarne i valori solo in corrispondenza a precisi istanti di tempo (iT_c), detti istanti di campionamento.
Si ottiene così la versione campionata $s_c(t)$, rappresentata in Fig.1.2A, dove T_c è l'intervallo di campionamento, mentre $f_c=1/T_c$ è la frequenza di campionamento.
Per quanto riguarda le ampiezze, il segnale analogico può assumere in generale valori compresi fra un valore minimo ed uno massimo (Fig.1.2B). Il campo dei possibili valori entro cui può variare il segnale analogico è detto anche *full-scale range*: $FSR = V_{max} - V_{min}$.
La quantizzazione delle ampiezze è ottenuta suddividendo il campo dei valori possibili, *FSR*, in intervalli elementari, detti intervalli di di quantizzazione, di ampiezza q.
Tutti i valori analogici del segnale che cadono entro uno di questi intervalli di quantizzazione si considerano indistinguibili l'uno dall'altro e ad essi viene attribuito un valore caratteristico dell'intervallo, per esempio il valore centrale.
Per questo motivo l'intervallo di quantizzazione viene anche chiamato intervallo di indifferenza, mentre al valore che lo caratterizza si dà il nome di livello di quantizzazione.
La versione quantizzata del segnale, $s_q(t)$, risulta così costituita solo da valori discreti delle ampiezze.

Nota
Sia il campionamento che la quantizzazione fanno perdere una parte dell'informazione contenuta nel segnale analogico.
1) Con riferimento al tempo, si perde la conoscenza del segnale nell'intervallo temporale compreso fra due successivi istanti di campionamento.
2) Con riferimento alle ampiezze, si perde informazione sui valori del segnale compresi fra due livelli successivi di quantizzazione.

La perdita di informazione è tuttavia differente nei due casi.
Infatti si dimostra che, noti i campioni di un segnale, risulta possibile ricostruire in forma esatta il segnale originario purché i campioni siano presi con una frequenza superiore al doppio della massima frequenza contenuta nel segnale (*teorema del campionamento*).
Per contro, con riferimento alle ampiezze, il segnale quantizzato differisce tanto meno dal segnale originario quanto più numerosi sono i livelli di discretizzazione. La differenza fra l'ampiezza del segnale originario e il valore che lo approssima in forma discreta costituisce il *disturbo di quantizzazione.*

Codifica in binario naturale
Per rappresentare i livelli discreti che scaturiscono dalla quantizzazione si impiegano parole di codice ottenute tramite opportuna codifica. L'obbiettivo è quello di stabilire una corrispondenza biunivoca fra i livelli di quantizzazione e le parole di codice.
Il sistema di codifica più frequentemente adottato utilizza simboli binari (0 e 1). Ogni parola di codice è formata in generale con n simboli binari ordinati, cui corrisponde un dato peso:

$$\begin{array}{ll} B_{n\text{-}1} \ldots. B_i \ldots. B_1\, B_0 & \textit{simboli binari}: 0{,}1 \\ 2^{n\text{-}1} \ldots. 2^i \ldots. 2^1\, 2^0 & \textit{pesi} \end{array} \tag{1.1}$$

I simboli binari che costituiscono la parola di codice sono detti bit, contrazione di *binary digit*. Il valore decimale A che corrisponde alla parola di codice formata con i simboli B_i risulta:

$$A = \sum_{i=0}^{n\text{-}1} 2^i B_i \tag{1.2}$$

Il generico peso 2^i contribuisce alla sommatoria solo se il corrispondente bit B_i è pari a 1.
B_{n-1} = MSB (*Most Significant Bit*) è il bit più significativo, associato al peso maggiore: 2^{n-1}.
B_0 = LSB (*Least Significant Bit*) è il bit meno significativo, associato al peso minore: 2^0.
Disponendo di n bit si possono rappresentare 2^n valori decimali compresi fra 0 e 2^n-1.
Si consideri l'esempio seguente:

Numero di bit:	$n = 3$	Parola di codice: $B_2\ B_1\ B_0$
Livelli possibili:	$L = 2^3 = 8$	Valori decimali codificati: $0 \div 7$

La tabella di corrispondenza biunivoca fra i primi sette numeri decimali e le parole di codice in binario naturale risulta quindi:

0	1	2	3	4	5	6	7
000	001	010	011	100	101	110	111

Il sistema di rappresentazione in binario naturale è strettamente affine al sistema di numerazione decimale.
Infatti in tal caso sono ammessi solo 10 simboli (0÷9) e ciascuna cifra indica quante volte deve essere considerato il peso corrispondente, secondo una regola posizionale.

$$\begin{array}{ll} D_{n-1} \dots D_i \dots D_1\ D_0 & \textit{simboli decimali}: 0 \div 9 \\ 10^{n-1} \dots 10^i \dots 10^1\ 10^0 & \textit{pesi} \end{array} \tag{1.3}$$

Risoluzione dei convertitori

La risoluzione di un convertitore è la più piccola variazione, nel valore della grandezza da misurare, che può essere apprezzata, cioè che causa certamente una variazione dell'indicazione in uscita.
Essa si identifica pertanto con la quantità elementare:

$$q = \frac{FSR}{2^n} \tag{1.4}$$

Spesso la risoluzione è data in forma relativa, riferita al *FSR*, come negli esempi seguenti:

Numero di bit	n	8	12	16
Numero di livelli	2^n	256	4 096	65 536
Risoluzione relativa	$1/2^n$	$3{,}9\ 10^{-3}$	$2{,}4\ 10^{-4}$	$1{,}5\ 10^{-5}$

Per i convertitori si definisce la dinamica (*Dinamic Range*) in decibel:

$$DR = 20\log\frac{FSR}{q} = 20\log 2^n = 20n\log 2 = 6{,}02n \tag{1.5}$$

La dinamica si ottiene semplicemente moltiplicando il numero di bit per 6,02.
Per esempio, un convertitore a 16 bit ha una dinamica di 96,3 dB.

Velocità di conversione

I convertitori analogico-digitale (*AD*) trasformano una tensione analogica applicata in ingresso in un codice numerico.
Durante l'operazione di conversione la tensione analogica in ingresso rimane costante e corrisponde al valore che è stato campionato. I circuiti di campionamento hanno appunto il compito di estrarre il campione dal segnale e mantenerlo costante per il tempo necessario alla conversione (*sample&hold*).

Le operazioni di campionamento e conversione devono esaurirsi in un tempo totale minore dell'intervallo di campionamento T_c. In tal modo la sequenza di campioni può essere trasformata in una sequenza di numeri in modo regolare e continuo. La velocità con cui ciò accade è appunto la frequenza di campionamento $f_c = 1/T_c$.

2 - Diagrammi ingresso-uscita

Codifica di segnali unipolari

I convertitori *AD* vengono di norma caratterizzati, da un punto di vista statico, mediante diagrammi che forniscono la corrispondenza biunivoca fra ingresso e uscita.

Nella Fig.2.1 è riportata la caratteristica di un convertitore analogico-digitale (*ADC*) di tipo unipolare, cioè con i valori analogici tutti dello stesso segno. La caratteristica ideale è una retta che unisce i punti rappresentativi nel diagramma ingresso-uscita.

Il campo delle tensioni analogiche in ingresso è positivo ($FSR = 0 \div V_{max}$) e tutti i valori compresi nel generico intervallo di ampiezza q vengono codificati con la stessa parola di codice. Questo codice, nel caso esaminato in Fig.2.1, rappresenta in binario naturale il valore analogico dell'estremo sinistro di tale intervallo.

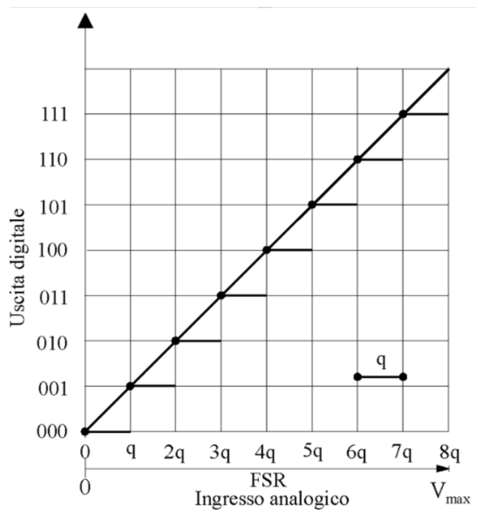

Fig.2.1 - *Diagramma ingresso-uscita unipolari per un ADC.*

Per un convertitore *AD* con n bit, l'intervallo analogico *FSR* viene suddiviso in 2^n intervalli elementari di quantizzazione con ampiezza costante:

$$q = \frac{FSR}{2^n} \tag{2.1}$$

Nell'esempio di Fig.2.1, dove $n = 3$ bit, si hanno 8 livelli di quantizzazione.

Per un valore di fondoscala $FSR = 10$ V, l'intervallo di quantizzazione risulta di 1,25 V. La tensione analogica che corrisponde al codice binario (111) è perciò: 7x1,25 V = 8,75 V.

Il disturbo di quantizzazione

Il disturbo di quantizzazione è una conseguenza insita nella suddivisione di un intervallo continuo (*FSR*) in un numero finito di parti e nella necessità di adottare un set finito di numeri

per rappresentarli.
In un ADC l'errore introdotto dalla quantizzazione può essere definito come la differenza fra il valore caratteristico v_i dell'intervallo di quantizzazione (valore misurato) e il valore attuale v della tensione: $e_q = v_i - v$.
Con riferimento alla Fig.2.1 vista in precedenza, si osserva che sono stati codificati i valori analogici in corrispondenza all'estremo sinistro del generico intervallo di quantizzazione.
In tal caso il modulo del disturbo di quantizzazione è contenuto, come rappresentato nella successiva Fig.2.2A, entro il range 0÷ q (o, come spesso si usa dire nella pratica, è inferiore a 1 *LSB*).
In pratica si può ottenere una riduzione degli effetti associati al disturbo di quantizzazione facendo in modo che l'intervallo di indifferenza q risulti centrato rispetto al livello nominale di quantizzazione v_i. Questo caso è riportato nella Fig.2.2B, dove si può notare che il disturbo di quantizzazione risulta contenuto entro una fascia simmetrica ± $q/2$ (± 1/2 *LSB*).

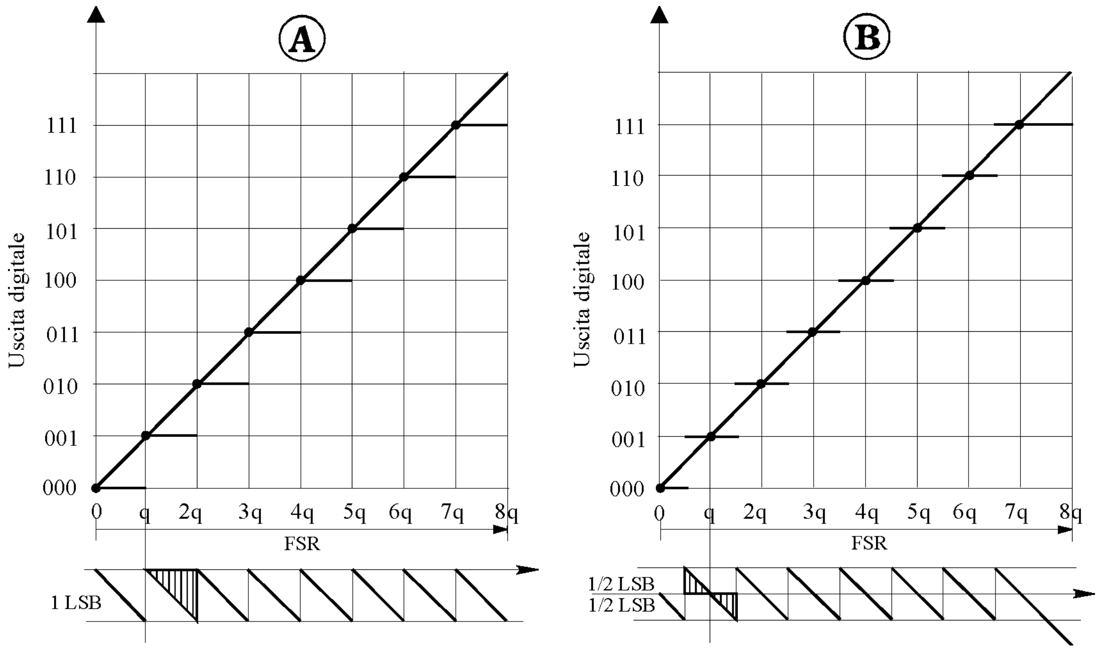

Fig.2.2 - *Diagrammi ingresso-uscita di un ADC unipolare e disturbo di quantizzazione.*

Per rendersi conto dei vantaggi di quest'ultima configurazione, si confrontino il valor medio e il valore massimo del disturbo di quantizzazione, valutato sulle caratteristiche ingresso-uscita, nei due casi.
Si nota che il valor medio è diverso da zero nel caso esaminato in Fig.2.2A, mentre è nullo per il caso di Fig.2.2B. Quindi, centrare l'intervallo di quantizzazione sul valore nominale comporta l'assenza di componenti costanti e sistematiche per l'errore di quantizzazione.
Il valore massimo nella caratteristica di Fig. 2.2B risulta dimezzato rispetto a quello della caratteristica di Fig.2.2A.
Tale scelta risulta pertanto preferibile sotto tutti i punti di vista, e quindi nel seguito ad essa si farà riferimento.
Da un punto di vista probabilistico il disturbo di quantizzazione può essere considerato come una variabile aleatoria continua Δ_q (rumore di quantizzazione) avente distribuzione uniforme nell'intervallo ± q/2 e quindi densità di probabilità definita da:

$$p(\delta_q) = \begin{cases} \dfrac{1}{q} & per -\dfrac{q}{2} \le \delta_q \le \dfrac{q}{2} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \tag{2.2}$$

I parametri statistici di questa variabile aleatoria sono il valor medio μ_q, che risulta nullo, e la varianza σ_q^2:

$$\sigma_q^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\delta_q - \mu_q)^2 \cdot p(\delta_q) d\delta_q = \frac{1}{q} \int_{x_1}^{x_2} (\delta_q - \mu_q)^2 \, d\delta_q = \frac{q^2}{12} \tag{2.3}$$

I valori della varianza σ_q^2 e della potenza P_q, esaminata precedentemente, coincidono nel caso particolare in cui si abbia valor medio nullo.
Questa interpretazione in termini di varianza (e quindi di deviazione standard σ_q) è utile, più in generale, quando si vuole determinare la propagazione degli effetti dell'incertezza dovuta alla quantizzazione in un sistema digitale e la sua combinazione con le altre fonti di incertezza, così come richiesto dalla GUM.

Codifica di segnali bipolari
Nel caso in cui le tensioni analogiche possano assumere valori sia positivi che negativi si ricorre a convertitori bipolari, di solito simmetrici rispetto allo zero.
Con riferimento alla Fig.2.3A, consideriamo ancora l'esempio di un convertitore *AD* che utilizza tre bit. Al primo livello di quantizzazione, corrispondente al valore analogico -*FSR/*2, si potrebbe assegnare il codice (000); mentre all'ultimo livello, corrispondente al valore analogico +(*FSR/*2-*q*), si potrebbe assegnare il codice (111). Tale procedura, detta *offset binary*, non è tuttavia frequente.
Si preferisce più spesso una codifica diversa, detta *complemento a due*, rappresentata in Fig.2.3B, che prevede di rappresentare i valori positivi ancora in binario naturale.
Per ottenere questo risultato basta porre a zero l'*MSB* per i livelli positivi. Per i livelli negativi, viceversa, si passa a uno l'*MSB*, attribuendo a tale bit il significato di bit di segno. Si confrontino, a tale scopo, le ordinate di Fig.2.3A e Fig.2.3B.

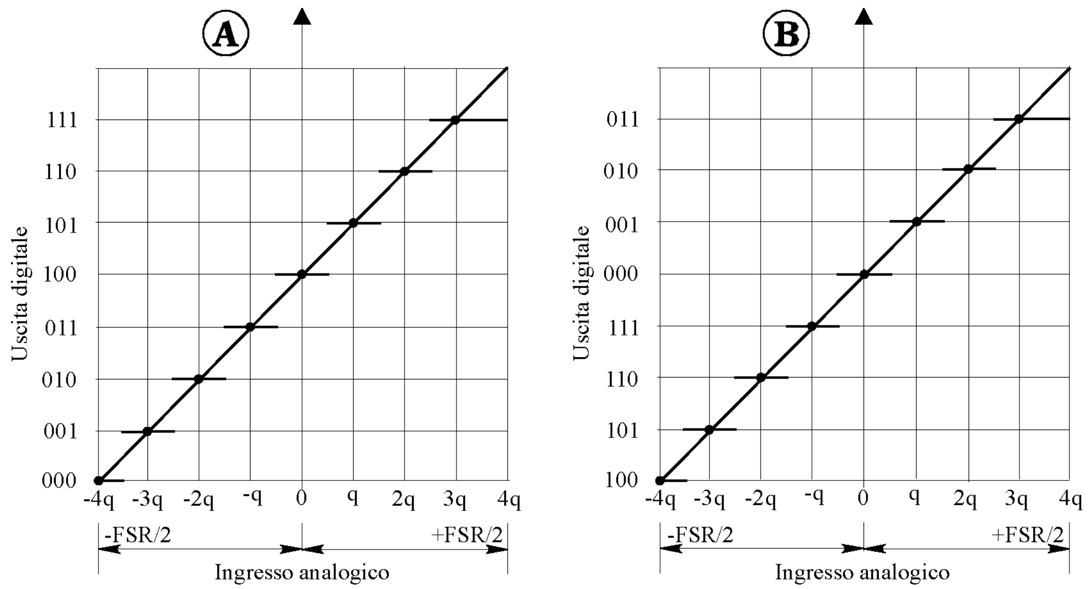

Fig.2.3 - *Convertitore AD bipolare: A) offset binary; B) complemento a 2.*

Nel codice complemento a due, al bit di segno uguale ad uno è associato un peso pari a quello che avrebbe in binario naturale, ma cambiato di segno. A tale valore va sommato algebricamente il valore dei restanti bit della parola di codice, letti in binario naturale.

Esempio: $+3q \Rightarrow 011 \Rightarrow 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0 = 3$

$-3q \Rightarrow 101 \Rightarrow (-1x2^2) + 0x2^1 + 1x2^0 = -3$

3 - Caratteristiche dei convertitori AD e DA

Parametri statici

La caratteristica ingresso-uscita di un convertitore *AD* è una gradinata, come visto nel paragrafo precedente.

Collegando tra loro i punti medi di ogni gradino si ottiene una retta passante per l'origine, con una pendenza di 45° (se le scale sui due assi sono normalizzate rispetto ai rispettivi valori massimi). Tale retta può essere anche interpretata come la caratteristica di un convertitore teorico con un numero infinito di bit.

La caratteristica reale del convertitore differisce da questa retta ideale per un insieme di motivi che vengono solitamente riassunti in alcune cause di incertezza tipiche: offset, errore di guadagno, non linearità.

Tali importanti parametri verranno di seguito descritti graficamente facendo uso di diagrammi che, per semplicità, saranno riferiti al caso del convertitore teorico con infiniti bit, ossia trascurando gli effetti della quantizzazione.

Errori di offset e di guadagno

In Fig.3.1 è rappresentato l'errore di *offset* per un convertitore *AD.*

L'errore di *offset* indica che la caratteristica reale non passa per l'origine degli assi, e cioè che in presenza di un ingresso nullo l'uscita non è nulla. Graficamente questo fenomeno è rappresentato dalla traslazione della caratteristica ideale parallelamente a sé stessa. In ogni punto della scala si avrà quindi un errore costante che costituisce appunto l'*offset*.

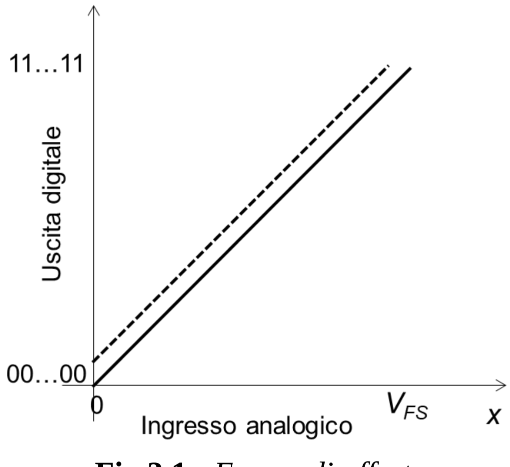

Fig.3.1 - *Errore di offset*

L'errore di guadagno (*gain error*), rappresentato in Fig.3.2, è dovuto alla imprecisione nel valore del riferimento di tensione o alle tolleranze dei guadagni degli stadi di amplificazione o attenuazione che precedono il convertitore vero e proprio. Tale causa di incertezza si manifesta come una variazione di pendenza della caratteristica reale rispetto a quella ideale e quindi come una variazione percentuale costante in ogni punto della scala.

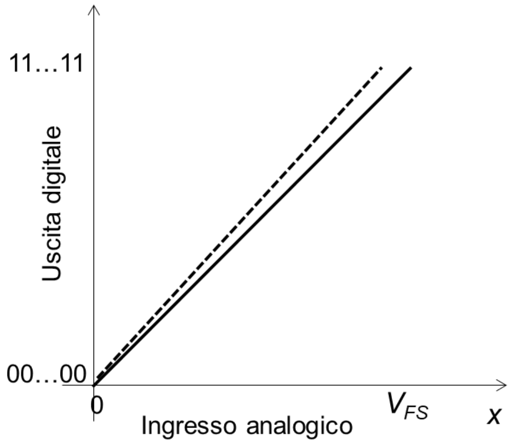

Fig.3.2 - *Errore di guadagno*

Se tali errori fossero noti in valore e segno sarebbe possibile compensarne gli effetti sulle uscite, ma ciò è un caso molto raro nella pratica. Spesso nei convertitori sono presenti dei terminali che permettono di ridurre, mediante opportuni circuiti esterni, gli effetti di ciascuna di queste cause. Anche in presenza di tale compensazione resterebbe comunque un valore residuo, incerto in valore e segno, che comporta la definizione di una fascia di incertezza attorno alla caratteristica ideale lungo tutto il campo di misura.

Errori di non linearità
A causa delle non idealità dei componenti impiegati, i passi di quantizzazione di un convertitore possono essere diversi l'uno dall'altro lungo il campo di misura. In questa situazione la caratteristica reale del convertitore non è più una retta, dando luogo a errori detti di non linearità, evidenziati in Fig.3.3.

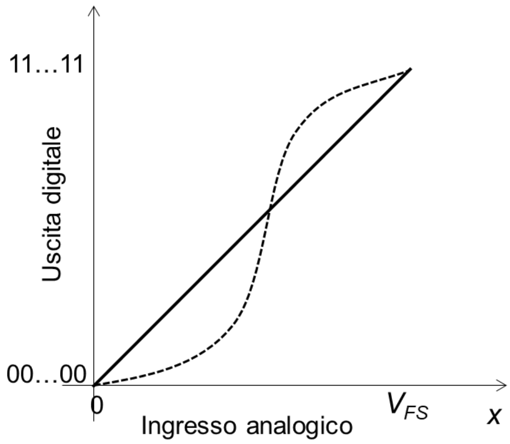

Fig.3.3 - *Errori di non linearità.*

Si possono definire due tipi di errori di non linearità, a seconda della caratteristica che interessa evidenziare.
L'errore di non linearità integrale (*integral nonlinearity*) di un convertitore *AD* è dato dalla

differenza, per ogni parola di codice, fra il valore effettivo della tensione analogica e quello della retta di migliore approssimazione. Essendo tale differenza variabile, in termini sia assoluti che percentuali, nei diversi punti della scala, le specifiche dei dispositivi forniscono il valore massimo di questo errore (*INL*), senza specificare in quale punto della scala esso si manifesta.
L'errore di non linearità differenziale (*differential nonlinearity*) viceversa ha attinenza con due codici adiacenti. Nel caso ideale, i valori analogici corrispondenti a due codici adiacenti dovrebbero differire di un passo di quantizzazione q (o di un *LSB*). Quando ciò non accade si parla di non linearità differenziale. In generale, l'errore di non linearità differenziale per l'i^{esimo} punto della caratteristica è definito come la differenza: $[q - (L_i - L_{i-1})]$. Anche in questo caso le specifiche dei costruttori riportano solo il valore massimo di tale errore (*DNL*).

Parametri dinamici dei convertitori AD

Nel paragrafo precedente sono stati esaminati gli errori di tipo statico, ossia quelli causati dalla suddivisione non ideale dei livelli di transizione del codice, che si manifestano come una modifica della caratteristica ingresso-uscita.
Nella pratica, un ulteriore degrado delle prestazioni del convertitore si verifica a causa di errori addizionali, detti *dinamici*, provocati dalla variazione nel tempo del segnale analogico campionato.
Tali sorgenti di errore, i cui effetti tipicamente si manifestano come presenza di rumore o distorsione della forma d'onda, sono normalmente indicate nelle specifiche dei dispositivi attraverso un numero elevato di parametri, non sempre definiti in modo omogeneo dai diversi produttori.
I principali di questi parametri, che fanno riferimento a un segnale di ingresso di tipo sinusoidale e con frequenza dichiarata, saranno brevemente presentati nel seguito.

Effective Number Of Bits (ENOB)

Combinando le equazioni (2.3) e (2.1) si ottiene:

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{12} q^2 = \frac{FSR^2}{12 \cdot 2^{2n}} \tag{3.1}$$

da cui si ricava il numero di bit n associato alla varianza σ_q^2.

$$n = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{FSR^2}{12 \cdot \sigma_q^2} \right) \tag{3.2}$$

Se alla varianza del rumore di quantizzazione σ_q^2 si sostituisce quella del rumore totale del convertitore σ_c^2, che include anche il rumore dei circuiti analogici, si ottiene una quantità che viene definita *numero effettivo di bit* del convertitore, *EB*:

$$EB = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{FSR^2}{12 \cdot \sigma_c^2} \right) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{FSR^2}{12 \cdot \sigma_q^2} \cdot \frac{\sigma_q^2}{\sigma_c^2} \right) = n - \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{\sigma_c^2}{\sigma_q^2} \right) \tag{3.3}$$

Pertanto il numero di bit effettivo coincide con quello nominale sol nel caso (teorico) in cui non sia presente altro rumore oltre a quello di quantizzazione, e quindi sia $\sigma_c^2 = \sigma_q^2$.

Signal to Noise Ratio (SNR)
Il rapporto segnale-rumore è il rapporto, normalmente espresso in decibel, tra il valore efficace del segnale di ingresso e il valore efficace del rumore, cioè di tutte le componenti spettrali presenti, ad eccezione delle armoniche e della componente continua.

Signal to Noise And Distortion ratio (SINAD)
Il *SINAD* è il rapporto, espresso in decibel, tra il valore efficace del segnale di ingresso e il valore efficace di tutte le componenti spettrali presenti, incluse le armoniche ed esclusa la componente continua.
La stessa informazione può essere fornita mediante il concetto di bit effettivi (*Effective Number Of Bits*, *ENOB*, o anche *Effective Bit*s, *EB*), discusso nel capitolo dedicato agli aspetti generali delle conversioni AD e DA.

Spurious-Free Dynamic Range (SFDR)
Il parametro *SFDR* esprime la differenza, in decibel (dB), tra il valore efficace del segnale di ingresso e il picco del segnale spurio, cioè di ogni componente presente nello spettro in uscita che non era presente nel segnale in ingresso.

Total Harmonic Distortion (THD)
Il *THD* è il rapporto, spesso espresso in decibel, tra il valore efficace totale delle componenti armoniche e il valore efficace della componente fondamentale.