Esercizio

Si desidera misurare per via indiretta le grandezze P e R, definite attraverso le funzioni:

$P = U \cdot I \qquad R = U / I$

Si conoscono i valori delle grandezze direttamente misurate (U=126,52 V ; I=12,61 A) e le loro incertezze standard (u_u=250 mV; u_I=60 mA).

Dopo aver calcolato i valori misurati di P e R, valutare, secondo i dettami della Guida internazionale per l'espressione delle incertezze di misura (GUM), l'incertezza tipo composta nei seguenti due casi:

a) supponendo le due grandezze U e I indipendenti tra loro;

b) supponendo le due grandezze U e I totalmente correlate, e cioè con fattore di correlazione r_{ui}=1.

Esprimere le incertezze calcolate anche in termini percentuali rispetto ai valori misurati.

Valori misurati

$$P = U \cdot I = 1595{,}4172\ \mathrm{W}$$

$$R = U / I = 10{,}0333\ \Omega$$

Propagazione delle incertezze: caso a)

Potenza

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial w_i}\right)^2 u_{w_i}^2 + \cancel{2\sum_{i=1}^{m-1}\sum_{j=i+1}^{m}\frac{\partial f}{\partial w_i}\frac{\partial f}{\partial w_j}u_{w_i,w_j}}}$$

$$u_P = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial U}\right)^2 u_u^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial I}\right)^2 u_i^2} = \sqrt{I^2 u_u^2 + U^2 u_i^2}$$

$$u_{\boldsymbol{P}} = 8{,}2\ \mathrm{W}$$

$$u_{P\%} = 100 \cdot \frac{u_P}{P} = 0{,}52\ \%$$

Propagazione delle incertezze: caso a)

Resistenza

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial w_i} \right)^2 u_{w_i}^2 + \cancel{2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^{m} \frac{\partial f}{\partial w_i} \frac{\partial f}{\partial w_j} u_{w_i,w_j}}}$$

$$u_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial U}\right)^2 u_u^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I}\right)^2 u_i^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{I}\right)^2 u_u^2 + \left(\frac{-U}{I^2}\right)^2 u_i^2}$$

$$u_{\boldsymbol{R}} = 0{,}052\ \Omega$$

$$u_{R\%} = 100 \cdot \frac{u_R}{R} = 0{,}52\ \%$$

Propagazione delle incertezze: caso b)

Potenza

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial w_i}\right)^2 u_{w_i}^2 + 2\sum_{i=1}^{m-1}\sum_{j=i+1}^{m}\frac{\partial f}{\partial w_i}\frac{\partial f}{\partial w_j}u_{w_i,w_j}}$$

$$u_P = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial U}\right)^2 u_u^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial I}\right)^2 u_i^2 + 2\,\frac{\partial P}{\partial U}\frac{\partial P}{\partial I}\,u_{ui}} =$$

$$= \sqrt{I^2 u_u^2 + U^2 u_i^2 + 2IUu_u u_i}$$

$$u_{\mathbf{P}} = 10{,}7\ \mathrm{W}$$

$$u_{P\%} = 100 \cdot \frac{u_P}{P} = 0{,}67\ \%$$

Propagazione delle incertezze: caso b)

Resistenza

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial w_i}\right)^2 u_{w_i}^2 + 2\sum_{i=1}^{m-1}\sum_{j=i+1}^{m}\frac{\partial f}{\partial w_i}\frac{\partial f}{\partial w_j}u_{w_i,w_j}}$$

$$u_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial U}\right)^2 u_u^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I}\right)^2 u_i^2 + 2\,\frac{\partial R}{\partial U}\frac{\partial R}{\partial I}\,u_{ui}} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{I}\right)^2 u_u^2 + \left(\frac{-U}{I^2}\right)^2 u_i^2 + 2\,\frac{1}{I}\frac{-U}{I^2}\,u_u u_i}$$

$$u_{\boldsymbol{R}} = 0{,}028\ \Omega$$

$$u_{R\%} = 100\cdot\frac{u_R}{R} = 0{,}28\ \%$$