

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Docente: Claudia Anedda

Analisi Superiore 1 - 05/02/2024

(Analisi complessa e trasformate)

Esercizio 1.

Calcolare l'integrale notevole $\int_{\mathbb{R}} \frac{\sin x}{x} dx$ e spiegare quali strumenti e/o risultati dell'analisi complessa si utilizzano per calcolarlo (**8 punti**).

Esercizio 2.

Trovare la soluzione $y(t)$, $t \geq 0$, del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 6y' + 9y = 0 \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 3 \end{cases}$$

utilizzando la trasformata di Laplace (**5 punti**).

Domanda 1.

- i) Definire il residuo di una funzione in un punto singolare isolato al finito e il residuo all'infinito (**3 punti**);
- ii) fornire (giustificandola) una formula per il calcolo del residuo di una funzione all'infinito (**4 punti**);
- iii) fare un esempio concreto di funzione $f(z)$ per la quale si calcoli il residuo a ∞ sia tramite la formula del punto ii), sia tramite lo sviluppo di Laurent di $f(z)$ in un intorno di infinito (**3 punti**).

Domanda 2.

- i) Dopo aver dato la definizione di funzione Fourier-trasformabile, stabilire qual è la condizione sufficiente di Fourier-trasformabilità (**2 punti**);
- ii) enunciare e dimostrare il Teorema di Riemann-Lebesgue per la trasformazione di Fourier (**3 punti**);
- iii) dire se per la trasformazione di Laplace esiste un risultato (in un certo senso) analogo e, in tal caso, enunciarlo (**2 punti**).