



## FOGLIO ESERCIZI N.3

**Esercizio 1.** La funzione di probabilità congiunta di due variabili casuali  $X$  e  $Y$  è data da  $f(x, y) = cxy$  per  $x = 1, 2, 3$  e  $y = 1, 2, 3$ :

- Trovare la costante  $c$ ;  $1/36$
- Calcolare  $P(X = 2, Y = 3)$ ;  $1/6$
- Calcolare  $P(1 \leq X \leq 2, Y \leq 2)$ ;  $1/4$
- Calcolare  $P(X \geq 2)$ ;  $5/6$
- Calcolare  $P(Y < 2)$ ;  $1/6$
- Calcolare  $P(X = 1)$ ;  $1/6$
- Calcolare  $P(Y = 3)$ ;  $1/2$
- Determinare se le due variabili  $X$  e  $Y$  sono indipendenti o no. **sono indipendenti**

**Esercizio 2.** Data la funzione di probabilità congiunta delle due variabili casuali  $X$  e  $Y$  nella tabella:

- Trovare le funzioni di probabilità marginali della  $X$  e della  $Y$ ;

$$f_1(x) = \begin{cases} 1/3 & x = 0 \\ 5/18 & x = 1 \\ 7/18 & x = 2 \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} 1/3 & y = 0 \\ 1/3 & y = 1 \\ 1/3 & y = 2 \end{cases}$$

- Trovare  $P(1 \leq X < 3, Y \geq 1)$ ;  $2/3$
- Determinare se  $X$  e  $Y$  sono indipendenti. **non sono indipendenti**
- Calcolare  $\mathbb{E}(X)$   $19/18$
- Calcolare  $\mathbb{E}(Y)$   $1$
- Calcolare  $\mathbb{E}(XY)$   $5/6$
- Calcolare  $\mathbb{E}(X^2)$   $11/6$
- Calcolare  $\mathbb{E}(Y^2)$   $5/3$

$X \backslash Y$	0	1	2
0	1/18	1/9	1/6
1	1/9	1/18	1/9
2	1/6	1/6	1/18

**Esercizio 3.** Una scatola contiene 5 biglie bianche e 3 biglie nere. Se due biglie vengono estratte a caso senza reimpulso e  $X$  rappresenta il numero di biglie bianche estratte trovare la distribuzione di probabilità di  $X$ .

$$\begin{cases} 3/28 & x = 0 \\ 15/28 & x = 1 \\ 5/14 & x = 2 \end{cases}$$



**Esercizio 4.** Una variabile casuale  $X$  è definita da

$$X = \begin{cases} -2 & p = 1/3 \\ 3 & p = 1/2 \\ 1 & p = 1/6 \end{cases}$$

Calcolare le seguenti quantità:

- $\mathbb{E}(X)$  1
- $\mathbb{E}(2X + 5)$  7
- $\mathbb{E}(X^2)$  6

**Esercizio 5.** Consideriamo tre urne contenenti biglie colorate con le seguenti caratteristiche

- Urna I: 2 bianche e 3 nere
- Urna II: 4 bianche e 1 nera
- Urna III: 3 bianche e 4 nere

Una delle urne viene scelta a caso e viene estratta una biglia a caso che risulta essere bianca. Trovare la probabilità che sia stata scelta la Urna I.

14/57