Corso di Laurea Magistrale in Matematica
Docente: Claudia Anedda

# Analisi Superiore 1 - Analisi complessa (17/01/2024)

**Esercizio 1.**
i) Calcolare la serie di Laurent centrata in $z_0 = 0$ della funzione $f(z) = \dfrac{1}{3z - z^2}$ e ricavare il residuo di $f$ in tale punto tramite lo sviluppo appena trovato (**3 punti**).
ii) Calcolare $\mathrm{Res}(f(z); z_0 = 0)$ in altri due modi (**2 punti**).
iii) Calcolare il residuo di $f(z)$ nell'altra singolarità sia col metodo standard che sfruttando l'espressione della funzione $f(z)$ (**2 punti**).
iv) Calcolare l'integrale di $f(z)$ lungo il triangolo di vertici $(1, 2)$, $(-2, 1)$ e $(2, 0)$ e lungo il triangolo di vertici $(1, 2)$, $(-2, 1)$ e $(7, -2)$ (**2 punti**).
v) Calcolare il residuo di $f(z)$ a infinito (**1 punto**).

**Esercizio 2.**
i) Calcolare la trasformata di Laplace della funzione $f(t) = \sin(\omega t)$, $\omega \in \mathbb{R}$ (**3 punti**).
ii) Calcolare l'antitrasformata di Laplace della funzione $F(s) = \frac{3}{s^2+4}$ (**3 punti**).

**Domanda 1.**
ii) Enunciare il principio di identità delle funzioni olomorfe (**2 punti**).
ii) Da quali teoremi e/o proposizioni segue il principio di identità? Dimostrarle (**4 punti**)
iii) Cosa si può dimostrare usando il principio di identitià? Citare qualche risultato in cui si usa tale principio (**2 punti**).

**Domanda 2.**
i) Enunciare e dimostrare i risultati relativi alla derivata della trasformazione di Fourier e alla trasformazione di Fourier della derivata di una funzione; stabilire se e quando, eventualmente, le formule di derivazione possono essere estese alle derivate successive (**3 punti**).
ii) Enunciare i risultati relativi alla derivata della trasformazione di Laplace e alla trasformazione di Laplace della derivata di una funzione; stabilire se e quando, eventualmente, le formule di derivazione possono essere estese alle derivate successive. Confrontare tali risultati con quelli validi per la trasformazione di Fourier (**3 punti**).