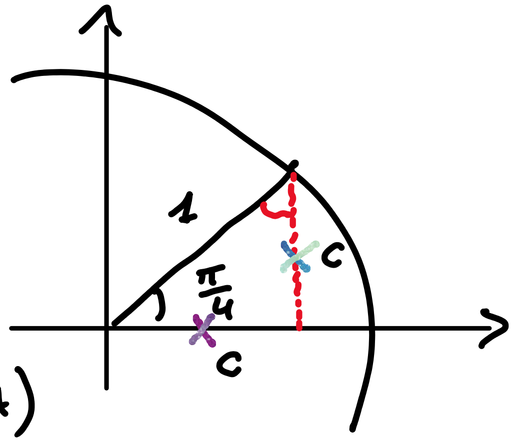
ES. LEZ. SCORSA



$c = \cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4}$

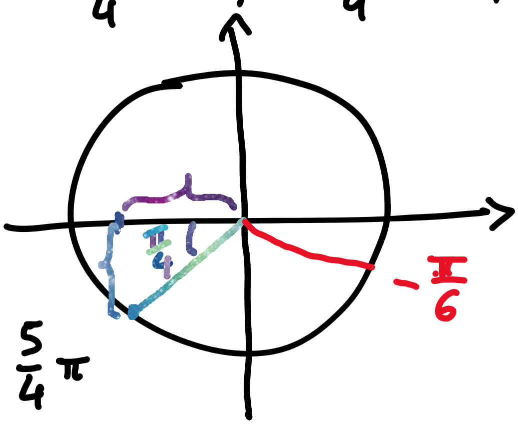
$c^2 + c^2 = 1^2$ (TEO. PITAGORA)

$2c^2 = 1$

$c^2 = \frac{1}{2} \rightarrow c = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

CALCOLIAMO SENO E COSENO DEGLI ANGOLI

$\frac{5}{4}\pi$, $\frac{3}{4}\pi$, $\frac{2}{3}\pi$, $-\frac{\pi}{6}$



$\text{sen}\left(\frac{5}{4}\pi\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\left(\frac{5}{4}\pi\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\text{sen}\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

$\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

TABELLA DEI PRINCIPALI ANGOLI

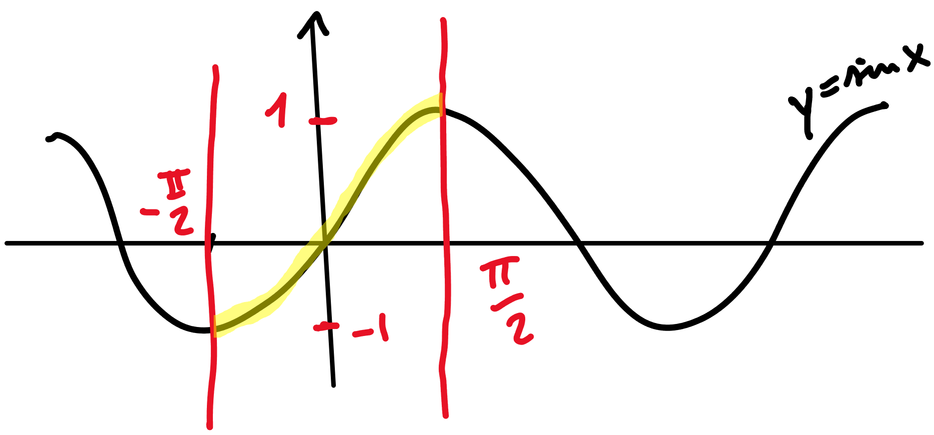
α	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\operatorname{sen}\alpha$	0	1	0	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	1	0	-1	0	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg}\alpha$	0	N.D.	0	N.D.	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

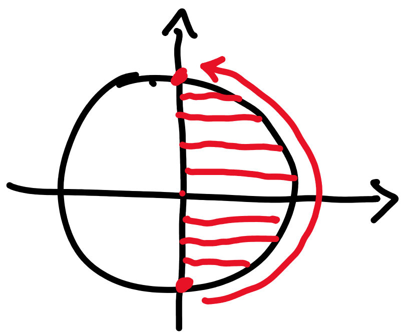
<u>NOTA</u>: (FUNZIONI INVERSE). COME VISTO NELLA LEZ. 3, HA SENSO PARLARE DI FUNZIONE INVERSA SOLO QUANDO ESSA É BIIETTIVA.

NOTIAMO CHE PER ANGOLI $-\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$ LA FUNZIONE SENO ASSUME <u>UNA SOLA VOLTA</u> (INIETTIVITÁ) <u>TUTTI I VALORI TRA -1 E 1</u> (SURIETTIVITÁ), OSSIA

$$\operatorname{sen} : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \longrightarrow [-1, 1]$$
$$\alpha \longmapsto \operatorname{sen}\alpha$$

É BIIETTIVA.





LA SUA FUNZIONE INVERSA $\operatorname{sen}^{-1}: [-1,1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

É CHIAMATA <u>ARCOSENO</u>, E SI DENOTA CON arcsin. L'ARCOSENO ASSOCIA AD OGNI VALORE $x \in [-1,1]$, L'UNICO ANGOLO $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ TALE CHE $x = \sin\alpha$. AD ESEMPIO:

$$\arcsin 0 = 0 \qquad \arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin 1 = \frac{\pi}{2} \qquad \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$$

ANALOGAMENTE, NOTIAMO CHE IL COSENO É BIIETTIVO TRA $0 \leq \alpha \leq \pi$, COSICCHÉ

$$\cos : [0,\pi] \longrightarrow [-1,1]$$
$$\alpha \longmapsto \cos\alpha$$

É BIIETTIVA. LA SUA INVERSA $\cos^{-1}: [-1,1] \to [0,\pi]$

É CHIAMATA <u>ARCOCOSENO</u> (SI DENOTA arccos).

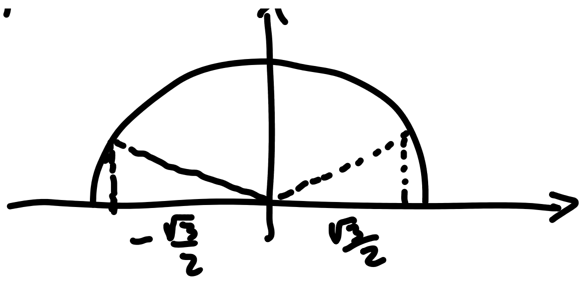
L'ARCOCOSENO ASSOCIA AD OGNI VALORE $x \in [-1,1]$ L'UNICO ANGOLO $\alpha \in [0,\pi]$ T.C.

$$x = \cos\alpha$$

AD ESEMPIO:

$$\arccos 0 = \frac{\pi}{2} \qquad \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{5}{6}\pi$$

$$\arccos(-1) = \pi \qquad \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$$



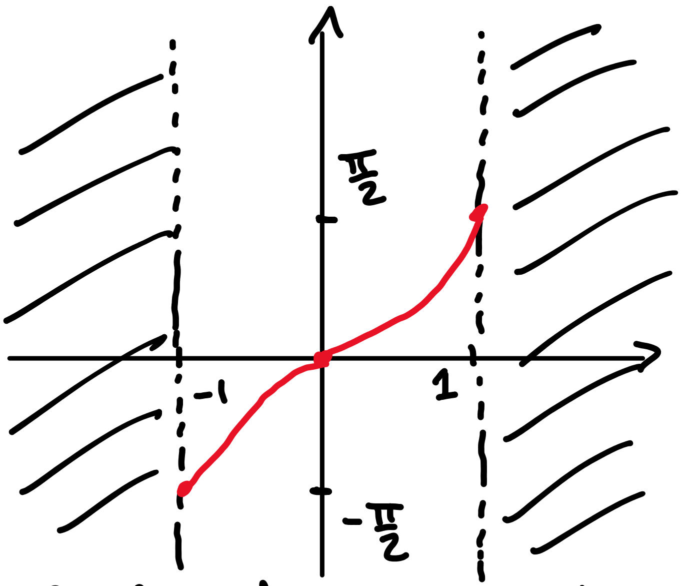


Grafico di $y = \arcsin x$

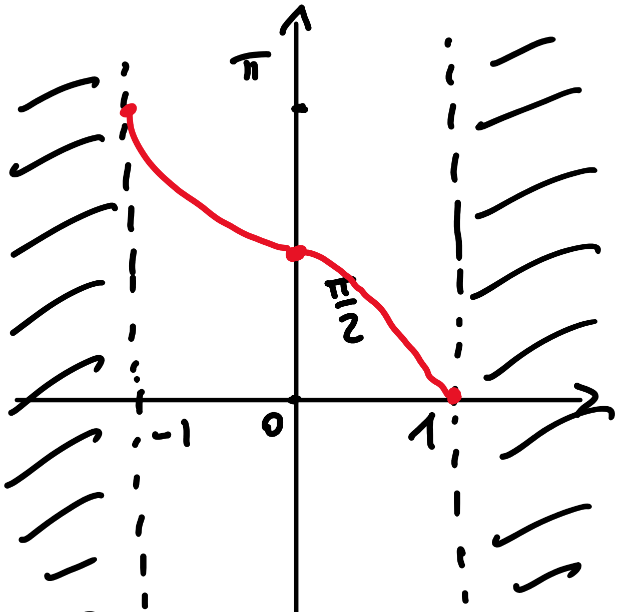


Grafico di $y = \arccos x$

<u>NOTA</u>: (RISOLUZIONE DI EQ./DISEQ. GONIOM. ELEMENT.)

→ METODO GRAFICO.

PARLIAMO DI EQ. DELLA FORMA $\cos(f(x)) = c$, $\operatorname{sen}(f(x)) = c$

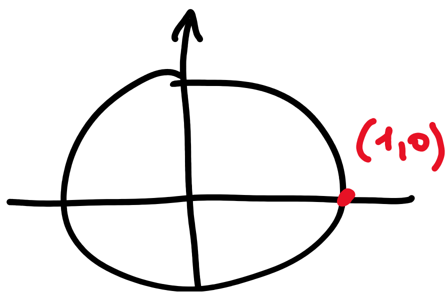
CON $c \in \mathbb{R}$ COSTANTE.

OSSERVIAMO CHE TALI EQ. POSSONO AVERE SOL. <u>SOLO SE</u> $c \in [-1, 1]$. LE SOL. SONO $f(x) = \alpha$ OSSIA ANGOLI CHE HANNO COS/SEN DATI DALL'EQ., AD ESEMPIO

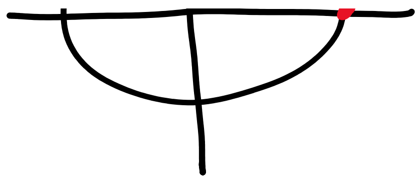
1) $\cos(2x) = 1$.

IL COSENO VALE 1

PER $\alpha = 0 + 2\pi \cdot k$



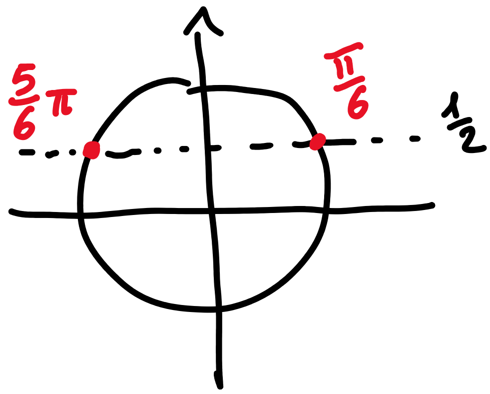
PER $\alpha = 0 + 2\pi \cdot k$



$\rightarrow \quad 2x = 0 + 2\pi \cdot k$

$$\boxed{x = \frac{2\pi k}{2} = \pi k}$$

2) $\operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$



IL SENO VALE $\frac{1}{2}$ PER

$\alpha = \frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot k$

OPPURE PER

$\alpha = \frac{5}{6}\pi + 2\pi \cdot k$

$\rightarrow \quad x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \quad , \quad x + \frac{\pi}{2} = \frac{5}{6}\pi + 2\pi k$

$$\boxed{x = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + 2\pi k} \quad , \quad \boxed{x = \frac{5}{6}\pi - \frac{\pi}{2} + 2\pi k}$$

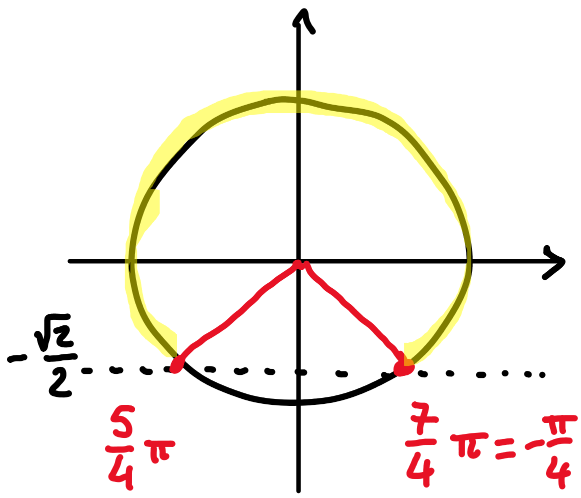
ESERCIZI: 1) $2\cos^2 x - \cos x = 0$

(SUGGERIMENTO: SCRIVERLA COME
$\cos x\,(2\cos x - 1) = 0$)

2) $2\operatorname{sen}^2 x - 1 = 0$

PER LE DISEQUAZIONI, LE SOL. SI CERCANO SEMPRE GRAFICAMENTE, MA QUESTA VOLTA SONO INTERVALLI.

SONO INTERVALLI.



ES: 1) $2\,\text{sen}\,x + \sqrt{2} > 0$

$2\,\text{sen}\,x > -\sqrt{2}$

$\text{sen}\,x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$

IL SENO ASSUME VALORI PIÚ GRANDI DI $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ QUANDO L'ANGOLO É NELL'ARCO GIALLO, OSSIA QUANDO

$$-\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{5}{4}\pi \qquad (+\text{ PERIODO})$$

$$\rightarrow \quad -\frac{\pi}{4} < x < \frac{5}{4}\pi$$

2) $\cos\left(e^{x^2+2x-3} - 17\ln\left(\sqrt{x+3}\right)\right) > -2$

$\rightarrow$ SOL: STUDIO LE C.E: $\sqrt{x+3} > 0$

$\hookrightarrow x > -3$

DATO CHE IL COSENO ASSUME SEMPRE VALORI TRA $-1, 1$, ESSO É SEMPRE MAGGIORE DI -2, QUINDI LE SOL. DI QUESTA DISEQ. SONO TUTTI GLI x POSSIBILI, OSSIA $S: x > -3$

ESERCIZIO: 1) $2\cos x + \sqrt{3} \geq 0$.

STUDIO DI FUNZIONE: SIA $f: D \to \mathbb{R}$ UNA FUNZIONE, $D \subseteq \mathbb{R}$. "STUDIARE f" SIGNIFICA TROVARNE IL GRAFICO E RAPPRESENTARLO. PER FARE CIÓ, LE PRIME COSE CHE ORA SIAMO IN GRADO DI FARE SONO:

1) DET. IL DOMINIO D;
2) TROVARE LE INTERSEZIONI CON GLI ASSI;
3) STUDIARE IL SEGNO DI f.

1) GIÁ VISTO.

2) LE INTERSEZIONI CON L'ASSE x SI OTTENGONO IMPONENDO $y=0$. QUELLA CON L'ASSE y SI OTTIENE IMPONENDO $x=0$ (QUANDO FATTIBILE COL DOMINIO).

Es: $y = x^3 - 4x$ $\qquad D = \mathbb{R}$

- INTERSEZ. ASSE x: PONIAMO $y=0$ E OTTENIAMO $0 = x^3 - 4x$.

$x^3 - 4x = 0$; $\quad x(x^2-4) = 0$;

$x(x-2)(x+2) = 0$ HA SOL. $\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}$

$x = -2$.

QUINDI LE INTERSEZ. CON L'ASSE x SONO I PUNTI $A=(0,0)$, $B=(2,0)$, $C=(-2,0)$.

- INTERSEZ. CON ASSE y: PONIAMO $x=0$ E OTTENIAMO $y = 0^3 - 4 \cdot 0 = 0$, OSSIA IL PUNTO $A=(0,0)$.

3) STABILIAMO QUANDO IL GRAFICO DI f STA SOPRA L'ASSE x (PER $f(x)>0$) E QUANDO STA SOTTO (PER $f(x)<0$).

ES: a) $y = x^3 - 4x$

STUDIO DEL SEGNO: $y>0$ SE $x^3-4x>0$

$$x(x-2)(x+2) > 0$$

F_1: $x>0$

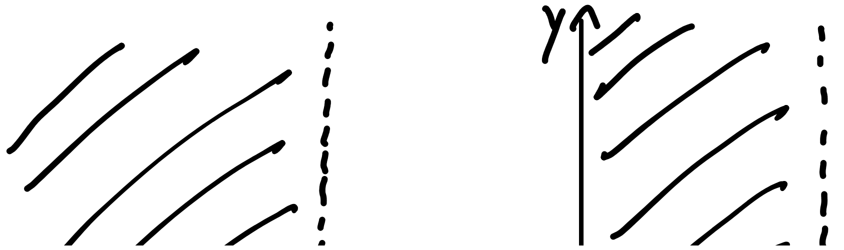
F_2: $x-2>0 \to x>2$

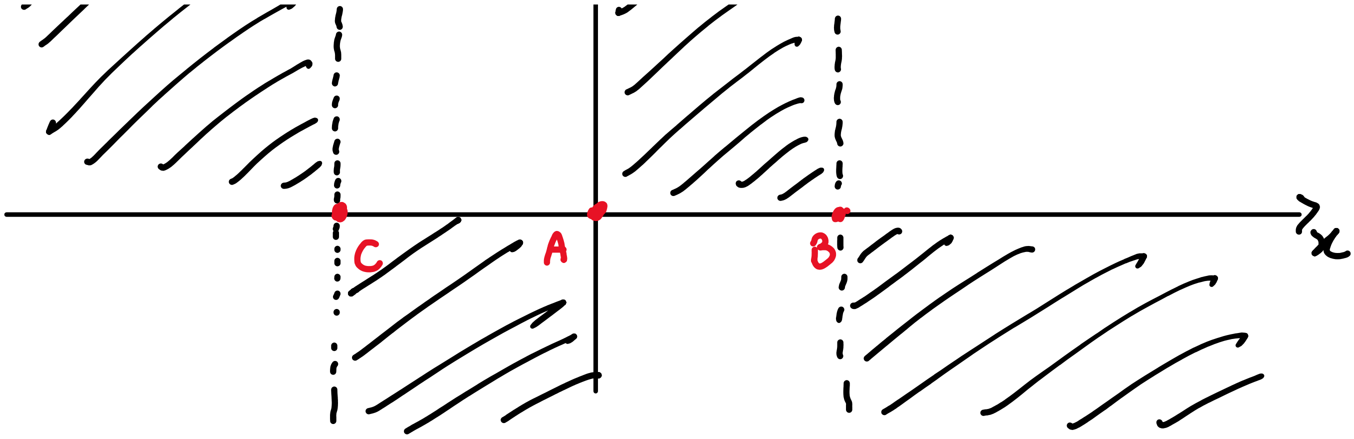
F_3: $x+2>0 \to x>-2$

	$x<-2$	$-2<x<0$	$0<x<2$	$x>2$
F_1	$-$	$-$	$+$	$+$
F_2	$-$	$-$	$-$	$+$
F_3	$-$	$+$	$+$	$+$
	$-$	$+$	$-$	$+$

$-2 \quad 0 \quad 2$

$\Rightarrow y>0$ SE $-2<x<0 \ \vee \ x>2$.





b) $y = \dfrac{x-1}{x^2+3x}$

D; F. FRATTA $\rightarrow$ DEVO RIMUOVERE I P.TI CHE ANNULLANO IL DENOM.

$x^2+3x \neq 0$; $x(x+3) \neq 0 \rightarrow$ $x \neq 0$, $x \neq -3$

$\rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0, -3\}$

INTERSEZIONI: - ASSE X : $0 = \dfrac{x-1}{x^2+3x}$;

$\dfrac{x-1}{x^2+3x} = 0 \rightarrow x-1=0$

OSSIA IL PUNTO $A=(1,0)$

- ASSE Y : NON SI PUÓ FARE $x=0$.

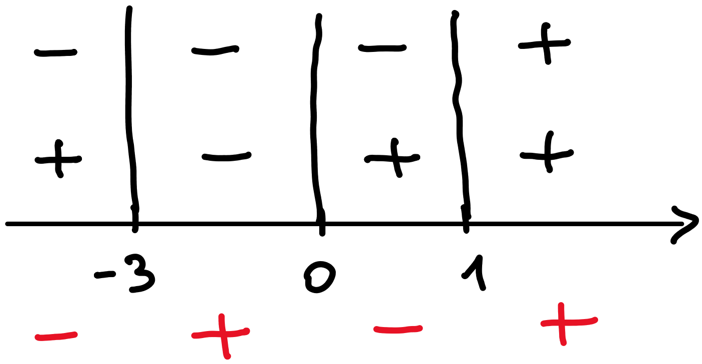
SEGNO DI f; $y>0$ SE $\dfrac{x-1}{x^2+3x} > 0$

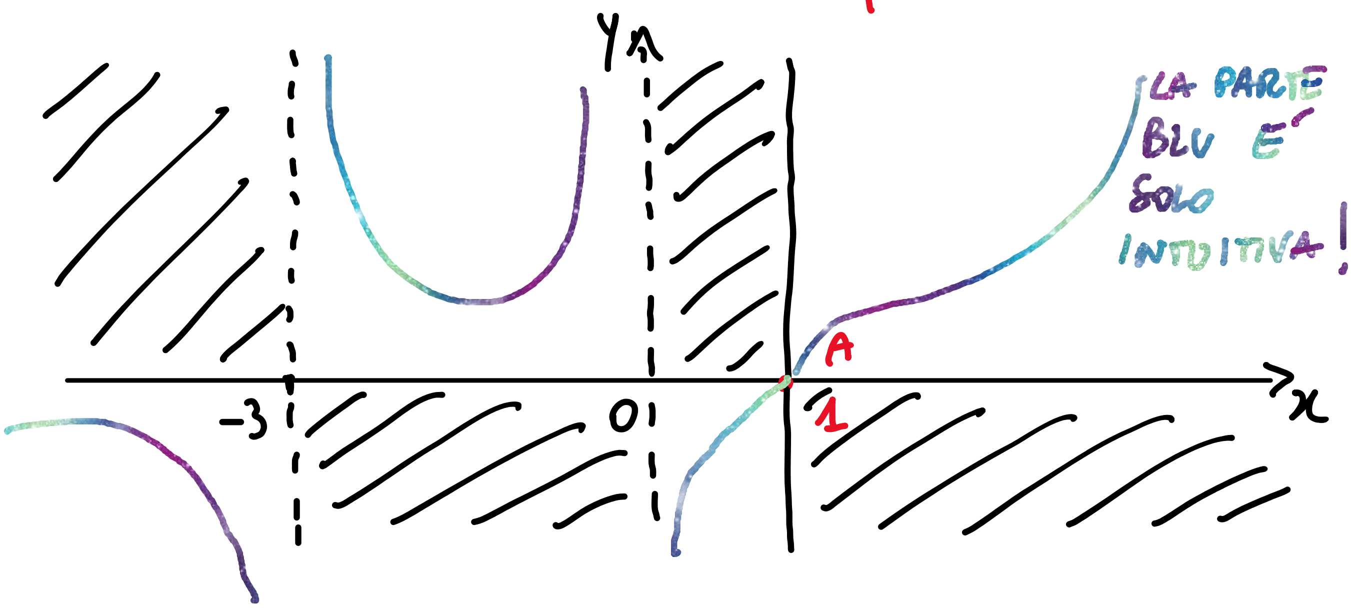
N: $x-1>0 \rightarrow x>1$

D: $x^2+3x>0 \longrightarrow x<-3 \vee x>0$

D: $x^2+3x>0 \longrightarrow x<-3 \vee x>0$

ESERCIZIO

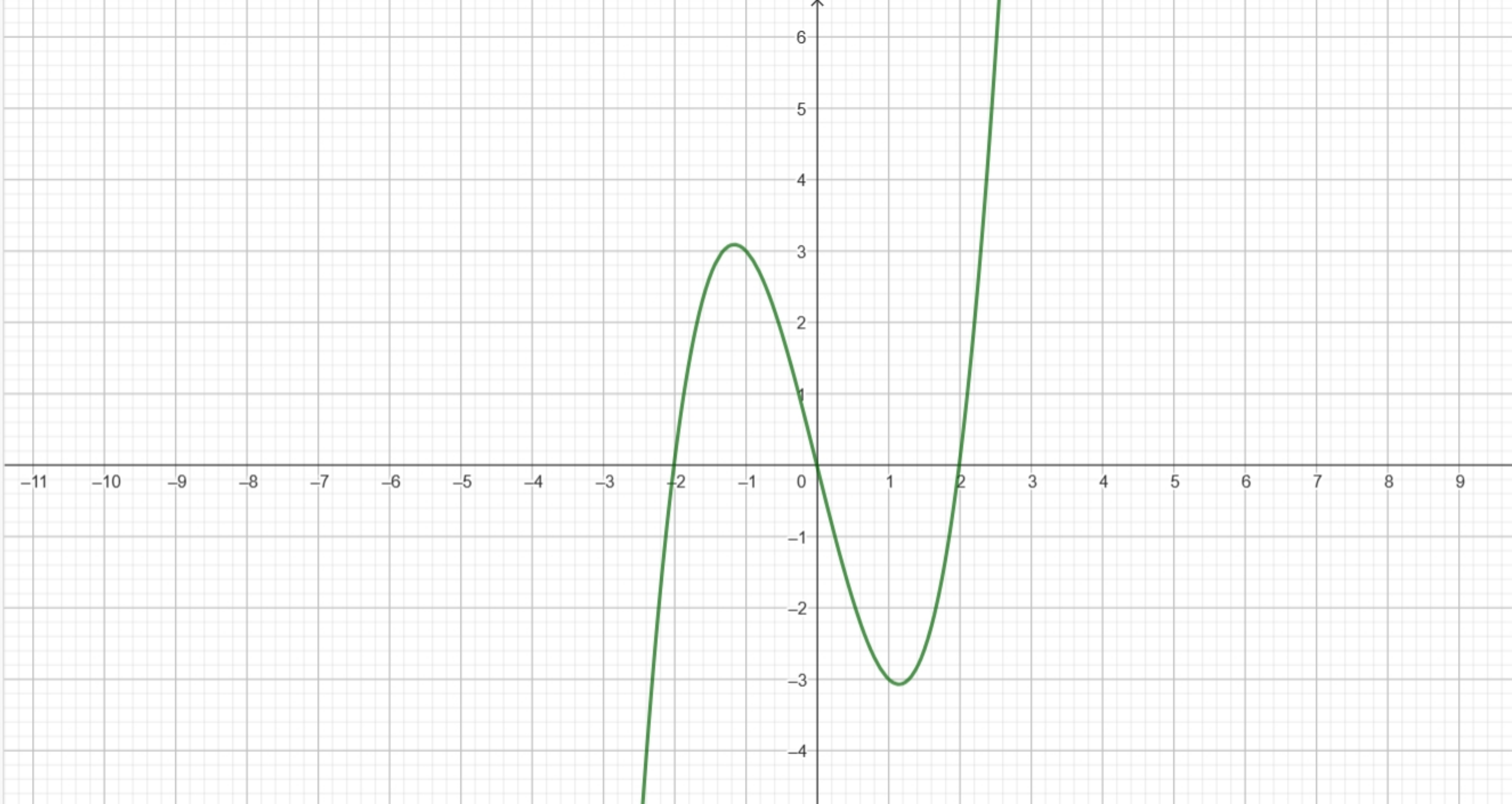




ESERCIZIO: STUDIARE $y=\dfrac{x+2}{x^2-2x-8}$.

$f:\ y = x^3 - 4x$

Inserimento...



$f : y = \dfrac{x - 1}{x^2 + 3x}$

Inserimento...