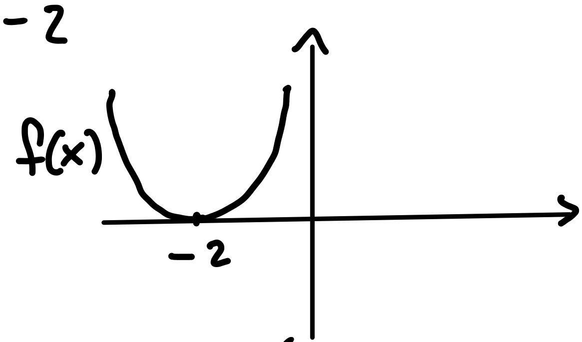
ES. LEZ. SCORSA ; 1) DISEGNARE

$$f(x) = x^2+4x+4$$

- CONCAVITA' V. ALTO
- INTERS. $x = -2$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

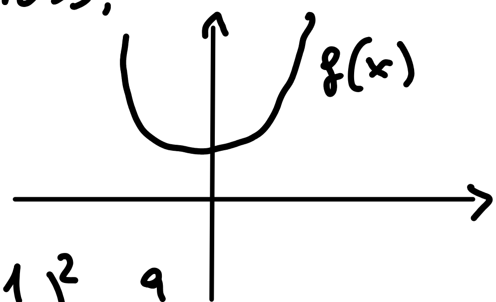


$$g(x) = x^2+1$$

- CONCAVITA' V. ALTO
- INTERSEZ. <u>NO</u> !

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2-4}}{2} = \frac{\pm\sqrt{-4}}{2}$$

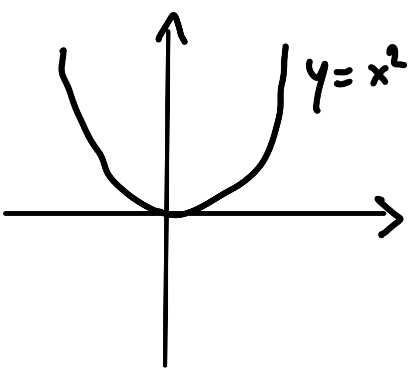
IMPOSS.

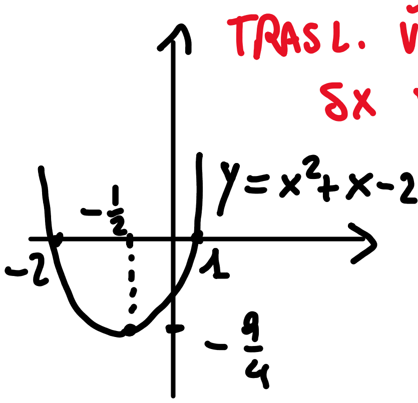


2) DISEGNARE $y = x^2+x-2 = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

TRASL. VERSO SX DI $\frac{1}{2}$

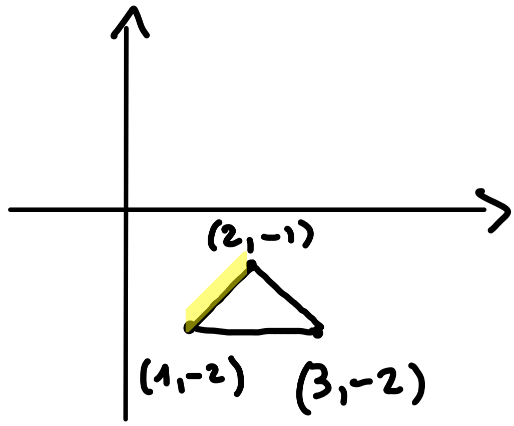
TRASL. VERSO IL BASSO DI $-\frac{9}{4}$





$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} + & 1 \\ - & -2 \end{cases}$$

3) TRASLARE TRIANGOLO (0,0), (1,1), (2,0) VERSO IL BASSO DI 2 E VERSO DX DI 1



- RETTA PER (1,-2), (3,-2) É

$$y = mx+q \rightsquigarrow \begin{cases} -2 = m\cdot 1 + q \\ -2 = m\cdot 3 + q \end{cases}$$

OSSIA LA RETTA $\boxed{y=-2}$

- RETTA PER (1,-2), (2,-1) É

$$y = mx+q \rightsquigarrow \begin{cases} -2 = m\cdot 1 + q \\ -1 = m\cdot 2 + q \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+q=-2 \\ 2m+q=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q=-3 \\ m=1 \end{cases}$$ OSSIA $\boxed{y=x-3}$

- RETTA PER (2,-1), (3,-2) É

$$y = mx+q \rightsquigarrow \begin{cases} -1 = m\cdot 2 + q \\ -2 = m\cdot 3 + q \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2m+q=-1 \\ 3m+q=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q=1 \\ m=-1 \end{cases}$$ OSSIA $\boxed{y=-x+1}$

$y=x-3$ É LA TRASL. DI $y=x$ CHE PASSAVA PER I PUNTI NON TRASLATI (0,0), (1,1).

INFATTI: $y = (x-1)-2 = x-3$

(POLINOMI E SCOMPOSIZIONI):

RICORDIAMO CHE PER RISOLVERE UN'EQ. VALGONO 2 REGOLE:

1) REGOLA DEL TRASPORTO (POSSO SOMMARE AMBO I MEMBRI PER UNA STESSA Q.TÁ, O PIÚ SEMPLICEMENTE "SPOSTO" UNA QTÁ DA UN MEMBRO ALL'ALTRO CAMBIANDONE IL SEGNO)

$$x+3=5 \longrightarrow x=5-3$$

2) POSSO MOLT./DIVIDERE AMBO I MEMBRI PER UNA STESSA Q.TÁ ($\neq 0$).

$$\frac{3x}{3}=\frac{7}{3} \longrightarrow x=\frac{7}{3}.$$

DEF: DATO UN POLINOMIO $P(x)$, UNA SOLUZIONE x_0 DELL' EQ. $P(x)=0$ É DETTA RADICE DEL POLINOMIO. "ESSERE SOLUZIONE" SIGNIFICA CHE SE SOSTITUISCO x_0 A x IN $P(x)$ OTTENGO $P(x_0)=0$.

SE x_0 É RADICE DI $P(x)$, ALLORA $P(x)$ É DIVISIBILE PER $(x-x_0)$

ES: $x^2-2x-3=P(x)$ UNA SUA RADICE

É -1, INFATTI $(-1)^2-2(-1)-3=$
$=1+2-3=0$

ABBIAMO DETTO CHE x^2-2x-3 É DIVISIBILE PER $(x-(-1))$, OSSIA PER $(x+1)$

$$
\begin{array}{rrr|l}
x^2 & -2x & -3 & x+1 \\
\cline{4-4}
-(x^2 & +x) & & x-3 \\
\cline{1-2}
// & -3x & -3 & \\
 & -(-3x & -3) & \\
\cline{2-3}
 & // & // &
\end{array}
$$

QUOZIENTE

RESTO $=0$

$$x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$$

ES:

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
x^4 & -3x^3 & +2x^2 & +x & -1 & x-1 \\
\cline{6-6}
-(x^4 & -x^3) & & & & x^3-2x^2+1 \\
\cline{1-2}
// & -2x^3 & +2x^2 & +x & -1 & \\
 & -(-2x^3 & +2x^2) & & & \\
\cline{2-3}
 & // & // & +x & -1 & \\
 & & & -(x & -1) & \\
\cline{4-5}
 & & & // & // &
\end{array}
$$

$$x^4-3x^3+2x^2+x-1=(x-1)(x^3-2x^2+1)$$

$$x^4-3x^3+2x^2+x-1 = (x-1)(x^3-2x^2+1)$$

ESERCIZIO: VERIFICARE CHE 1 É RADICE DI $x^4-3x^3+2x^2+x-1$.

INOLTRE CALCOLARE: $(x^3-x^2-2x+8):(x+2)$

$(6x^3+7x^2-7x-6):(x-1)$

WARNING ⟶ $(x^4+2x^3-x-2):(x+2)$

RIPASSIAMO DUNQUE ALCUNE SEMPLICI EQ.:

ESERCIZI (EQ. 1° GRADO):

1) $\frac{1}{2}(6x+3)-5=-\frac{1}{3}(9x+6)$;

$3x+\frac{3}{2}-5=-3x-2$;

$3x+3x=-2-\frac{3}{2}+5$;

$6x=\frac{-4-3+10}{2}$; $\quad 6x=+\frac{3}{2}$;

$x=\frac{\cancel{3}}{2}\cdot\frac{1}{\cancel{6}_2}=\frac{1}{4}$

2) $-3[5-2(x-1)]=2[3-2(x+2)]$ $\quad \left[\frac{19}{10}\right]$

3) $\frac{\frac{x-2}{3}-1}{\ldots}=\frac{x}{6}-\frac{1}{12}$;

5) $\dfrac{\frac{x-2}{3}-1}{4}=\dfrac{x}{6}-\dfrac{1}{12}$;

$$\frac{1}{4}\left[\frac{x-2}{3}-1\right]=\frac{x}{6}-\frac{1}{12}\ ;$$

$$\frac{1}{4}\left[\frac{x-2-3}{3}\right]=\frac{x}{6}-\frac{1}{12}\ ;$$

$$\frac{x-2-3}{12}=\frac{x}{6}-\frac{1}{12}\ ; \qquad \frac{x-5}{12}=\frac{x}{6}-\frac{1}{12}\ ;$$

$$\cancel{12}\cdot\frac{x-5}{\cancel{12}}=\frac{2x-1}{\cancel{12}}\cdot\cancel{12}\ ; \qquad x-5=2x-1\ ;$$

$$x-2x=-1+5\ ; \qquad -x=4\ ; \qquad x=-4.$$

PROBLEMA: COME SI RISOLVE $(x+1)(x-1)(x-5)=0$?

RISPOSTA: "LEGGE DI ANNULLAMENTO DEL PRODOTTO":
« SE $a, b, c, d, \ldots$ SONO FATTORI DI UN PRODOTTO UGUAGLIATO A ZERO, OSSIA UN'EQ.

$$a\cdot b\cdot c\cdot d\cdot\ \ldots\ =0$$

ALLORA LE SOL. DELL'EQ. SONO:

$a=0$, $b=0$, $c=0$, $d=0$, ... »

NEL CASO DEL NOSTRO PROBLEMA

$$(x+1)(x-1)(x-5)=0$$

HA SOLUZIONI

$x+1=0 \rightarrow \boxed{x=-1}$

$x-1=0 \rightarrow \boxed{x=1}$

$x-5=0 \rightarrow \boxed{x=5}$

[QUINDI QUANDO ABBIAMO UN POLINOMIO DI GRADO >1 CONVIENE SCOMPORLO IN FATTORI]

ES: 1) $x^2-4x+4=0$ QUADRATO DI BINOMIO

$$(x-2)^2=0$$

$$(x-2)(x-2)=0 \rightarrow \text{SOL}: \quad x-2=0$$

OSSIA $x=2$

2) $x^2-1=0$ DIFFERENZA DI QUADRATO

$(x-1)(x+1)=0 \rightarrow$ SOL: $x-1=0$

$x+1=0$

3) $x^3+2x^2-x-2=0$ RACCOGLIMENTO PARZIALE

$$x^2(x+2)-1(x+2)=0$$

$(x+2)(x^2-1)=0$ (DIFF. DI QUADRATI)

$(x+2)(x+1)(x-1)=0 \rightarrow$ SOL.: $x+2=0$

$x+1=0$

$x-1=0$

4) $x^2+5x+6=0$ $\qquad x=\dfrac{-5\pm\sqrt{25-24}}{2}=\dfrac{-5\pm1}{2}$

OSSIA LE SOL. $x=-3$, $x=-2$.

SI PUÓ SCRIVERE LA SCOMPOSIZIONE

$$x^2+5x+6 = (x-(-3))(x-(-2))$$
$$= (x+3)(x+2)$$

EQ. FRATTE: L'INCOGNITA APPARE AL DENOM.

$$\frac{x+3}{2} = 4 \qquad\qquad \frac{1}{x}-2=4$$

NON FRATTA — FRATTA

DATO CHE NON HA SENSO AVERE FRAZIONI CON DENOMINATORE 0, PONIAMO CONDIZIONI DI ESISTENZA (C.E.)

ESEMPI: STABILIRE LE C.E. PER LE SEGUENTI

$-\frac{3}{x} = 12$ C.E.: $x \neq 0$

$\frac{2x-8}{4-3x} = 0$ C.E.: $4-3x\neq 0$; $-3x\neq -4 \rightarrow x\neq \frac{4}{3}$

$-\frac{1}{3-x} = \frac{x}{6-2x}$ C.E.: $3-x\neq 0 \rightarrow x\neq 3$; $6-2x\neq 0 \rightarrow x\neq 3$

$\frac{x^2}{x-2} = 0$ C.E.: $x-2\neq 0 \rightarrow x\neq 2$

PER LA LORO RISOLUZIONE, DOPO AVER SCRITTO LE C.E PORTO TUTTO AL 1° MEMBRO E

LE C.E., PORTO TUTTO AL 1° MEMBRO E FACCIO IL m.c.m, IN MODO DA OTTENERE UN'UNICA FRAZIONE

$$\frac{A(x)}{B(x)} = 0$$

DOPODICHÉ LE SOL. SONO QUELLE DELL'EQ.

$A(x) = 0$ (NUMERATORE $= 0$)

ES: 1) $-\frac{3}{x} = 12$; $-\frac{3}{x} - 12 = 0$;

$$\frac{-3-12x}{x} = 0 \longrightarrow -3-12x = 0$$

$-12x = 3$ OSSIA $x = -\frac{1}{4}$

$\longrightarrow$ CONTROLLATE CHE LA SOL. TROVATA SIA ACCETTABILE RISP. ALLE C.E.. IN QUESTO CASO C.E: $x \neq 0$, QUINDI LA SOL. $x = -\frac{1}{4}$ É VALIDA.

2) $\frac{2x-8}{4-3x} = 0$; C.E. $x \neq \frac{4}{3}$ (VISTO SOPRA).

$2x-8=0 \longrightarrow 2x = 8$ OSSIA $x = 4$ (VALIDA)

3) $\frac{1}{2x-x^2} + \frac{1}{x^2-4} = \frac{1}{x^2+2x}$

C.E: $2x-x^2 \neq 0 \longrightarrow x(2-x) \neq 0$ OSSIA $x \neq 0$, $x \neq 2$

$x^2-4 \neq 0 \longrightarrow (x-2)(x+2) \neq 0$ OSSIA $x \neq 2$, $x \neq -2$

$x^2+2x \neq 0 \longrightarrow x(x+2) \neq 0$ OSSIA $\boxed{x \neq 0}$, $x \neq -2$

$$\frac{1}{2x-x^2} + \frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x^2+2x} = 0$$

$$\frac{1}{x(2-x)} + \frac{1}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x(x+2)} = 0$$

$$\frac{-(x+2)(1)+1\cdot x-1(x-2)}{x(x-2)(x+2)} = 0$$

$$\frac{-x\cancel{-2}+x-x\cancel{+2}}{x(x-2)(x+2)} = 0 \longrightarrow \cancel{-x}\cancel{+x}-x=0$$

OSSIA $x=0$

(NON VALIDA)

QUINDI QUESTA EQ. E' IMPOSSIBILE (NON HA SOL.).

ESERCIZI : 1) $\frac{10}{4-x} = -5$

2) $\frac{(x-1)^2-x^2}{5x+10} = 0$

3) $\frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-2}$

4) $\frac{1}{2x-2} + \frac{1}{3x^2-3} = \frac{1}{4x+4}$ $\left[-\frac{13}{3}\right]$