03/11/2023

giovedì 2 novembre 2023 16:38

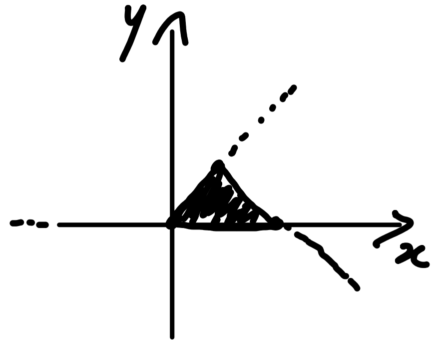
ES. LEZ. SCORSA:

1) RETTA PER $O=(0,0)$, $E=(3,0)$

$$y = mx+q \longrightarrow \begin{cases} 0 = m\cdot 0+q \\ 0 = m\cdot 3+q \end{cases} ; \begin{cases} q=0 \\ 3m+q=0 \end{cases}$$

OSSIA $q=0$, $m=0$ $\Longrightarrow$ $y=0$

2) TRIANGOLO $(0,0)$, $(1,1)$, $(2,0)$



- RETTA PER $(0,0)$, $(2,0)$ É L'ASSE x DI EQ $y=0$
- RETTA PER $(0,0)$, $(1,1)$

$$y=mx+q \rightsquigarrow \begin{cases} 0 = m\cdot 0+q \\ 1 = m\cdot 1+q \end{cases} \Longrightarrow y=x$$

- RETTA PER $(1,1)$, $(2,0)$

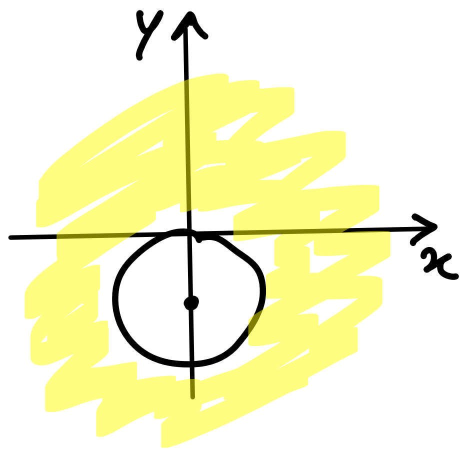
$$y=mx+q \rightsquigarrow \begin{cases} 1 = m\cdot 1+q \\ 0 = m\cdot 2+q \end{cases} \longrightarrow y=-x+2$$

3) CRF DI CENTRO $(3,-3)$ E RAGGIO 1

$$\Longrightarrow (x-3)^2+(y+3)^2 = 1$$

4) IDENTIFICARE $x^2+y^2+2y \geq 0$

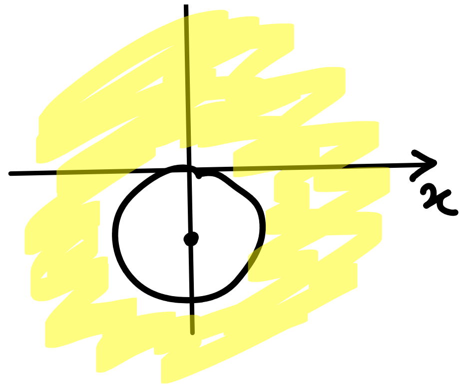
$$x^2+(y+1)^2 \geq 1$$



$$\Longrightarrow C=(0,-1), \quad r=1$$

4) IDENTIFICARE $x^2+y^2+2y \geq 0$

$$x^2+(y+1)^2 \geq 1$$



$\Rightarrow C=(0,-1)\,,\quad r=1$

GRAFICI DI FUNZIONI NEL PIANO CARTESIANO $\mathbb{R}^2$

RECAP: DATA UNA FUNZIONE f, IL SUO GRAFICO É L'INSIEME DELLE COPPIE $(x, f(x))$, OSSIA

$$\Gamma f = \text{grafico}(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = f(x)\}$$

ES: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ DEF. DA $f(x) = x-1$.

IL SUO GRAFICO É

$$\Gamma f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \underbrace{y = x-1}_{\text{RETTA}}\}$$

OSSIA LA RETTA $y = x-1$.

UN POLINOMIO DI 2° GRADO É UNA FUNZIONE $f(x) = ax^2+bx+c$ (STO PENSANDO $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$)

IL SUO GRAFICO É UNA PARABOLA, CHE PER ESSERE RAPPRESENTATA SEGUE 2 REGOLE:

i) LA CONCAVITÁ (VERSO L'ALTO SE $a>0$,

i) LA CONCAVITA' (VERSO L'ALTO SE $a>0$, VERSO IL BASSO SE $a<0$)

ii) LE INTERSEZ. CON ASSE x (CHE SONO DATE DALLE SOLUZIONI DELL'EQ. $ax^2+bx+c=0$)

ES: 1) $f(x) = -x^2-2x+3$

i) LA CONCAVITA' É VERSO IL BASSO ($a=-1$)

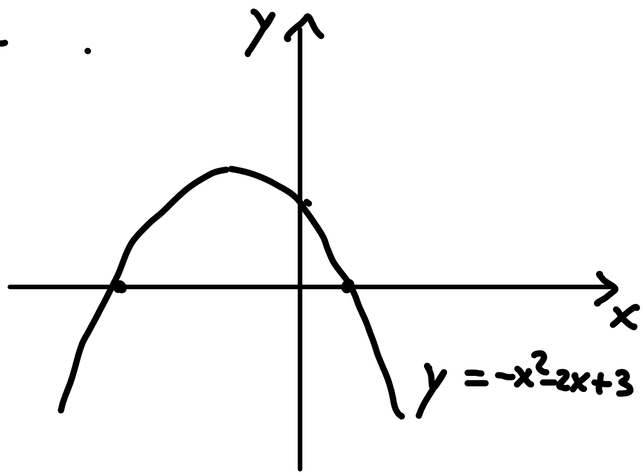
ii) INTERSEZ. CON ASSE x:

$-x^2-2x+3=0$ HA SOLUZIONI DATE DA ...

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4-4(-1)(3)}}{2(-1)} =$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{-2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{-2} = \frac{2 \pm 4}{-2} \begin{cases} + & -3 \\ - & 1 \end{cases}$$

OSSIA $x=-3$, $x=1$.



2) $y = 4x^2-1$ (STO SEMPRE PENSANDO A $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^2-1$)

$a=4$
$b=0$
$c=-1$

$\rightarrow$ CONCAVITA' VERSO L'ALTO

INTERSEZIONI CON ASSE x:

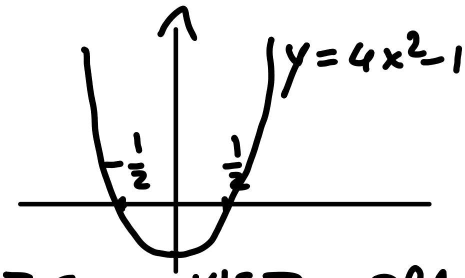
$4x^2-1=0 \longrightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{0-4(4)(-1)}}{\ldots}$ $\pm\sqrt{16}$

INTERSEZIONI CON ASSE x:

$$4x^2-1=0 \longrightarrow x=\frac{0\pm\sqrt{0-4(4)(-1)}}{2\cdot 4}=\frac{\pm\sqrt{16}}{8}$$

$$=\frac{\pm 4}{8} \begin{cases} + & \frac{1}{2} \\ - & -\frac{1}{2} \end{cases}$$

OSSIA $x=\frac{1}{2}$, $x=-\frac{1}{2}$.



OSSERVAZIONE: CHE DIFFERENZA C'È TRA IL GRAFICO VISTO ORA E QUELLO DELLA FUNZIONE $y=4x^2$?

ESERCIZIO: DISEGNARE $f(x)=x^2+4x+4$

$g(x)=x^2+1$

UN'ALTRA FUNZIONE INTERESSANTE È IL VALORE ASSOLUTO: ESSO È DEF. PER UN NUMERO $x\in\mathbb{R}$ COME

$$|x|=\begin{cases} x & \text{se } x\geq 0 \\ -x & \text{se } x<0 \end{cases}$$

AD ESEMPIO $|3|=3$, $|-\pi|=\pi$, $|0|=0$

DI CONSEGUENZA DEFINIAMO LA FUNZIONE

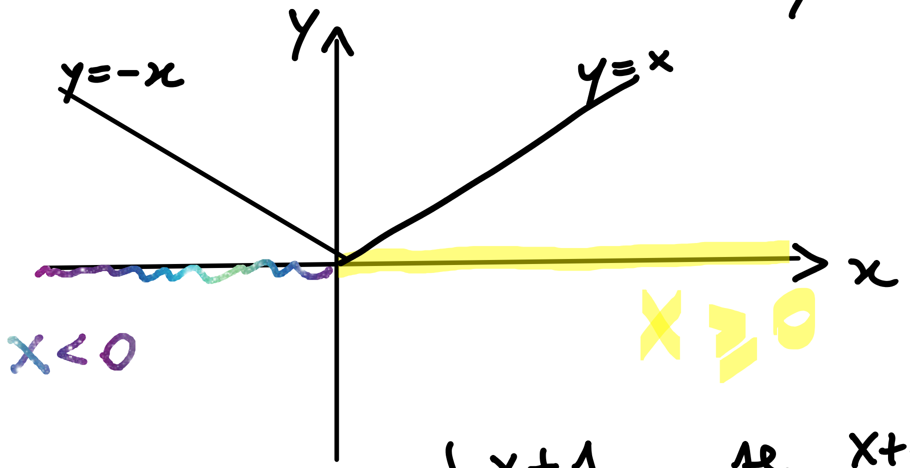
$$f(x)=|x|=\begin{cases} x & \text{se } x\geq 0 \\ -x & \text{se } x<0 \end{cases}$$

IL SUO GRAFICO È DIVISO IN 2 CASI:

È UGUALE ALLA RETTA $y=x$ PER $x\geq 0$

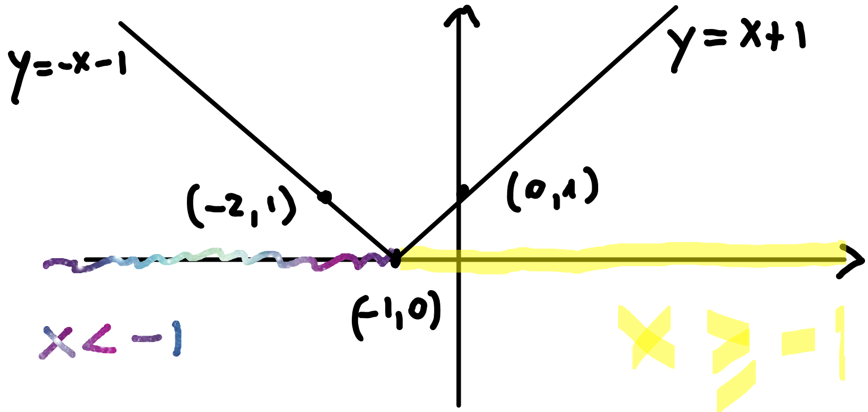
" " " " $y=-x$ PER $x<0$.

" " " " $y=-x$ PER $x<0$.



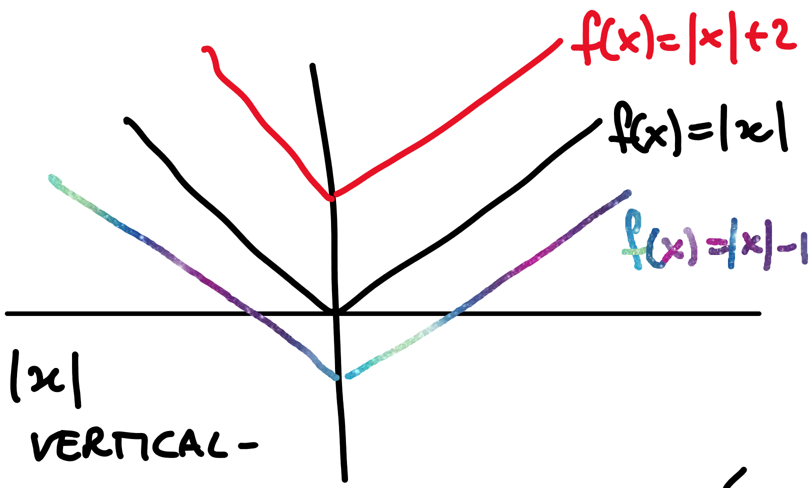
Es: $f(x)=|x+1| = \begin{cases} x+1 & \text{se } x+1\geq 0 \\ -(x+1) & \text{se } x+1<0 \end{cases}$ OSSIA

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{se } x\geq -1 \\ -x-1 & \text{se } x<-1 \end{cases}$$



<u>OSSERVAZIONE</u>: CHE DIFF. C'È TRA I GRAFICI $y=|x|$ ED $y=|x+1|$?

<u>TRASLAZIONI</u>:



POSSIAMO DIRE CHE L'EFFETTO DELLA COSTANTE SOMMATA A $|x|$ NE TRASLA IL GRAFICO VERTICALMENTE, VERSO L'ALTO SE AGGIUNGO UNA Q.TÀ POSITIVA VERSO IL BASSO SE NEGATIVA.

MENTE, VERSO L'ALTO SE AGGIUNGO UNA QUOTA POSITIVA, VERSO IL BASSO SE NEGATIVA.

OSSERVAZIONE: SIA $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ FUNZIONE DATA. SIA POI $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ DEFINITA DA

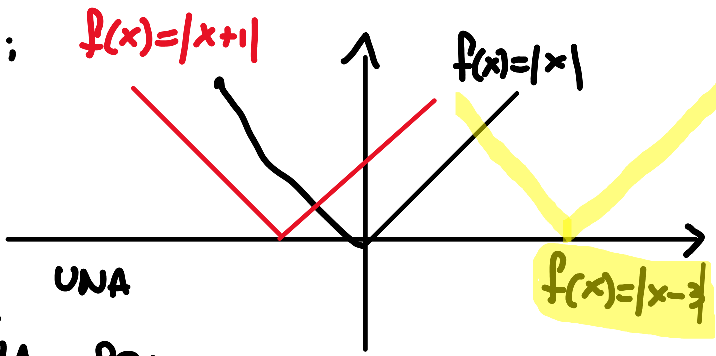
$$g(x)=f(x)+c$$

DOVE $c\in\mathbb{R}$ È UNA COSTANTE FISSATA. ALLORA:

i) SE $c>0$, IL GRAFICO DI g SI OTTIENE DA QUELLO DI f TRASLANDOLO VERSO L'ALTO DI c;

ii) SE $c<0$, IL GRAFICO DI g SI OTTIENE DA QUELLO DI f TRASLANDOLO VERSO IL BASSO DI c.

PER TRASLAZIONI ORIZZONTALI, VEDIAMO UN ALTRO DISEGNO:



OSSERVAZIONE: SIA $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ UNA FUNZIONE DATA. SIA POI $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ DEF. DA $g(x)=f(x+c)$, DOVE $c\in\mathbb{R}$ È UNA COSTANTE FISSATA. ALLORA:

i) SE $c>0$, IL GRAFICO DI g SI OTTIENE DA QUELLO DI f TRASLANDOLO VERSO SINISTRA DI c

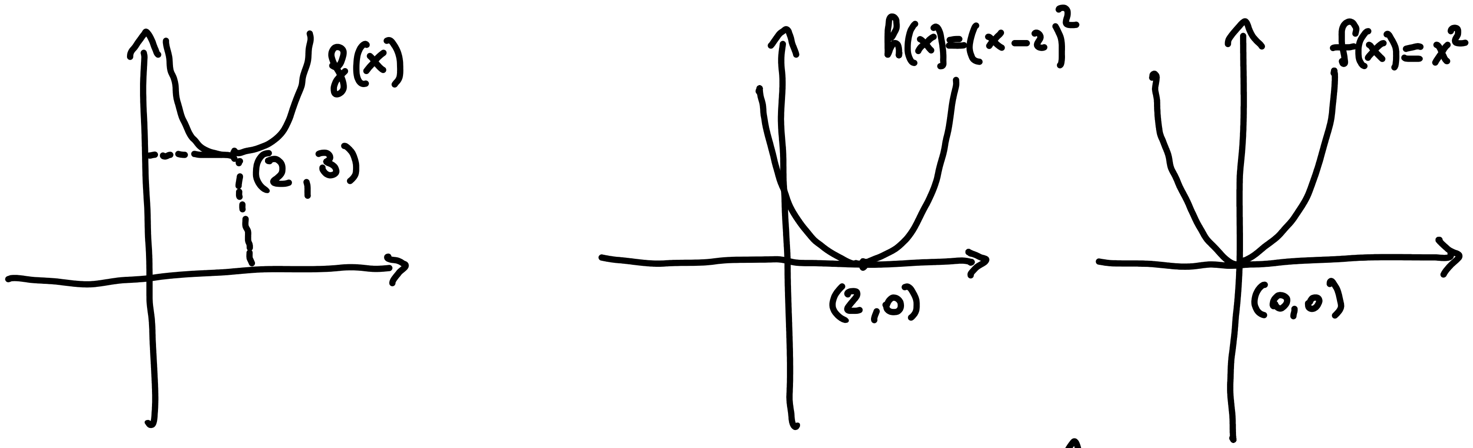
ii) SE $c<0$, IL GRAFICO DI g SI OTTIENE DA QUELLO DI f TRASLANDOLO VERSO DESTRA DI c.

ESEMPI: 1) $g(x)=(x-2)^2+3$

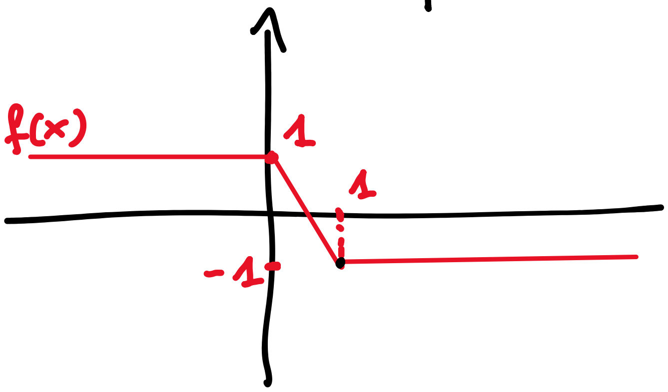
ESEMPI: 1) $g(x) = (x-2)^2 + 3$

TRASLAZ. VERSO DESTRA DI 2

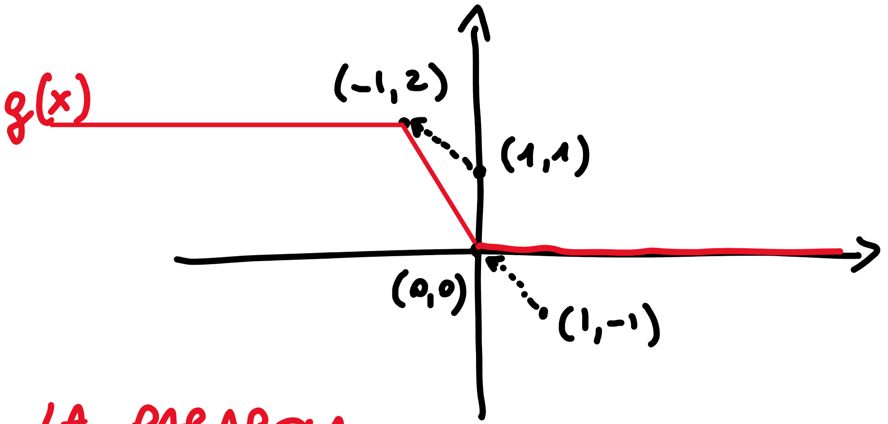
TRASLAZ. VERSO L'ALTO DI 3



2) SIA f CON GRAFICO IN FIGURA:



DISEGNAMO IL GRAFICO DI $g(x) = f(x+1) + 1$



ESERCIZIO: 1) DISEGNARE LA PARABOLA $y = x^2 + x - 2$

(SUGGERIMENTO: SI PUÒ SCRIVERE COME $y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$)

DIRE SE $P = (2,4)$ VI APPARTIENE

2) TRIANGOLO DI VERTICI $(0,0)$, $(1,1)$, $(2,0)$.

SCRIVERE LE EQ. DELLE 3 RETTE CONTENENTI

SCRIVERE LE EQ. DELLE 3 RETTE CONTENENTI I SUOI LATI DOPO AVERLO TRASLATO DI 2 VERSO IL BASSO E DI 1 VERSO DESTRA.