27/10/2023

giovedì 26 ottobre 2023 16:37

$\left[\{1, 10, 20, 50, 100\} \right.$ → QUANTE SOMME DIVERSE (NON NULLE) POSSO FORMARE?

↳ COMBINAZIONI (SENZA RIPETIZIONI)

TUTTE LE POSSIBILITÀ:

$C_{5,1} = \binom{5}{1}$ SOMME DI 1 MONETA

$+$

$C_{5,2} = \binom{5}{2}$ " " 2 "

$+$

$C_{5,3} = \binom{5}{3}$ " " 3 "

$+$

$C_{5,4} = \binom{5}{4}$ " " 4 "

$+$

$C_{5,5} = \binom{5}{5}$ " " 5 "

$\Rightarrow \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} =$ ESERCIZIO $\left. \right]$

ES. LEZ. SCORSA:

1) TAVOLA DI VERITÀ DI $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((\neg q) \Rightarrow (\neg p))$

p	q	$\overset{1}{p \Rightarrow q}$	$\neg q$	$\neg p$	$\overset{2}{(\neg q) \Rightarrow (\neg p)}$	$\overset{1 \Rightarrow 2}{(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)}$
V	V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

2) TAVOLA DI VERITÁ DI $(\neg q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
(ANCHE QUESTA É UNA TAUTOLOGIA!)

[AVEVAMO SCRITTO LA DEF. DI INIETTIVITÁ COME

$$\text{“}\underbrace{\forall s,t \in A \text{ DIVERSI}}_{p} \Longrightarrow \underbrace{f(s) \neq f(t)}_{q}\text{”}$$

QUESTO É EQUIVALENTE ALLA PROPOSIZIONE

$$\text{“}\overbrace{f(s) = f(t)}^{\neg q} \Longrightarrow \overbrace{s = t}^{\neg p}\text{”}$$
]

3) $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$

$$n \longmapsto \begin{cases} 0 & \text{SE } n \text{ PARI} \\ \frac{n+1}{2} & \text{SE } n \text{ DISPARI} \end{cases}$$

- f NON É INIETTIVA, INFATTI AD ESEMPIO $2, 4 \in \mathbb{N}$ SONO DIVERSI, MA $f(2) = f(4) = 0$
- f É SURIETTIVA, INFATTI $\forall x \in \mathbb{N}$ (CODOMINIO) $\exists n \in \mathbb{N}$ (DOMINIO) t.c. $f(n) = x$

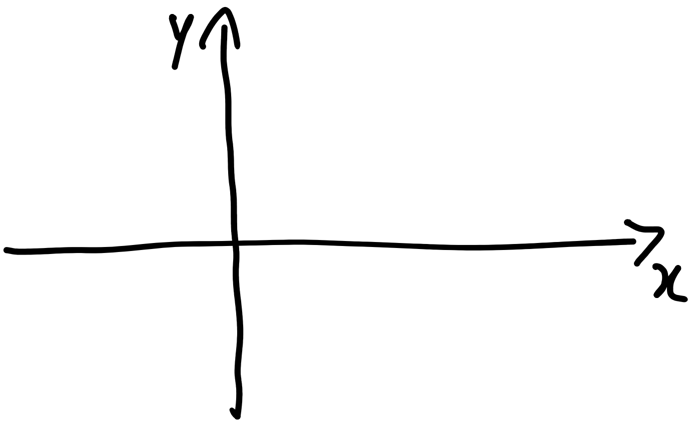
$f(n) = x$; SE $x = 0$ ALLORA BASTA PRENDERE n UN NUMERO PARI QUALSIASI, COSÍ $f(n) = 0$ (n PARI)

$$f(m)=0 \quad (m \text{ PARI})$$

SE $x>0$, STO CERCANDO m (DISPARI) CON $f(m)=x$, OSSIA $\frac{m+1}{2}=x \Rightarrow$ $m+1=2x \Rightarrow \boxed{m=2x-1}$ HA IMMAGINE PROPRIO x, INFATTI

$$f(m)=\frac{m+1}{2}=\frac{(2x-1)+1}{2}=\frac{2x\cancel{-1}\cancel{+1}}{2}=\frac{2x}{2}=x$$

GEOMETRIA ANALITICA. LA GEOMETRIA ANALITICA CHE VEDREMO TRATTA FIGURE (O PIÚ IN GENERALE CURVE) NEL PIANO CARTESIANO.



x = ASCISSA

y = ORDINATA

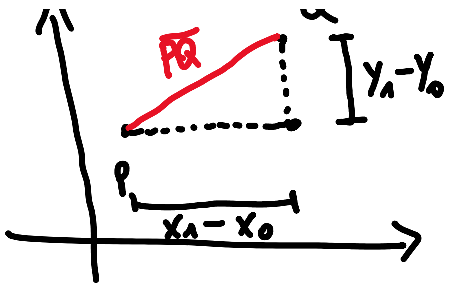
$P=(x,y)$ PUNTO GENERICO CON ASCISSA x, ORD. y

ESEMPI PRELIMINARI:

1) $P=(x_0,y_0)$, $Q=(x_1,y_1)$. QUAL É LA DISTANZA $d(P,Q)$ DI P DA Q?

$$d(P,Q)=\sqrt{(x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2}$$

AD ESEMPIO DATI $P=(1,2)$, $Q=(3,0)$,

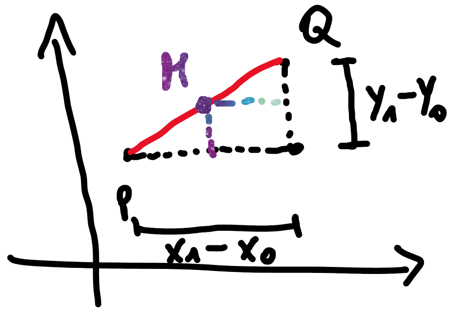


$$d(P,Q)=\sqrt{(3-1)^2+(0-2)^2}$$

$$=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{2^2\cdot 2}=2\sqrt{2}$$

2) PUNTO MEDIO M TRA $P=(x_0,y_0)$, $Q=(x_1,y_1)$

M HA ASCISSA A METÀ TRA LE ASCISSE DI P, Q



M HA ORDINATA A METÀ TRA LE ORDINATE DI P, Q

$$\Rightarrow \quad M=\left(\frac{x_1+x_0}{2}, \frac{y_1+y_0}{2}\right)$$

AD ESEMPIO, SE $P=(1,2)$, $Q=(3,0)$

$$\Rightarrow \quad M=\left(\frac{1+3}{2}, \frac{2+0}{2}\right)=(2,1)$$

<u>RETTE</u>: SONO RAPPRESENTATE DA EQ. DI 1° GRADO NELLE 2 VARIBILI x, y

$$\boxed{ax+by+c=0} \qquad\qquad \boxed{y=mx+q}$$

CON $a, b, c, m, q \in \mathbb{R}$.

PER RAPPRESENTARNE IL GRAFICO (FORMATO DA TUTTI I PUNTI $P=(x,y)$ CHE SODDISFANO L'EQ.) BASTA TROVARE 2 SUOI PUNTI.

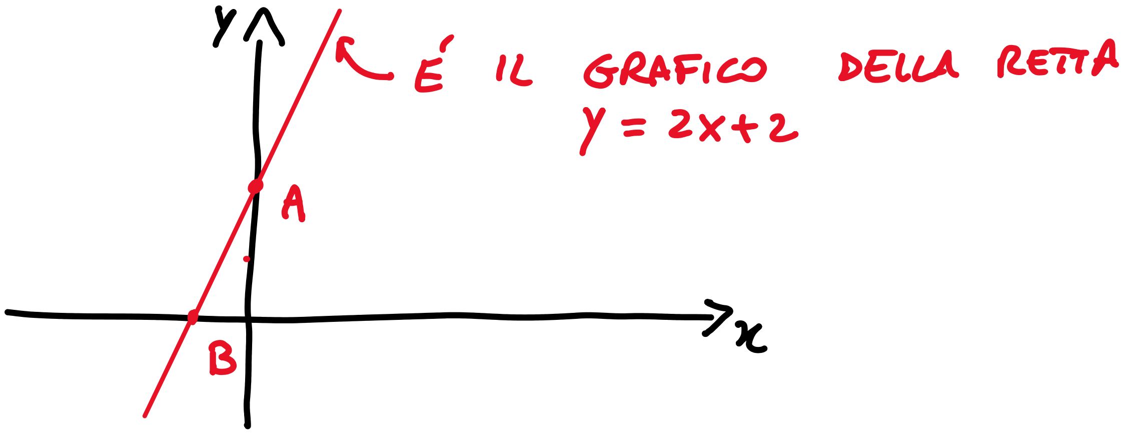
L'EQ.) BASTA TROVARE 2 SUOI PUNTI.

ES: $y = 2x + 2$ (É UNA RETTA)

CERCHIAMO 2 PUNTI PER I QUALI PASSA:

$x = 0 \rightsquigarrow y = 0 + 2 = 2$ OSSIA IL PUNTO $A = (0, 2)$

$x = -1 \rightsquigarrow y = -2 + 2 = 0$ $B = (-1, 0)$



ES: $x = -1$ (É UNA RETTA)

CERCHIAMO 2 SUOI PUNTI:

$x = 0 \rightsquigarrow 0 = -1$ IMPOSSIBILE!

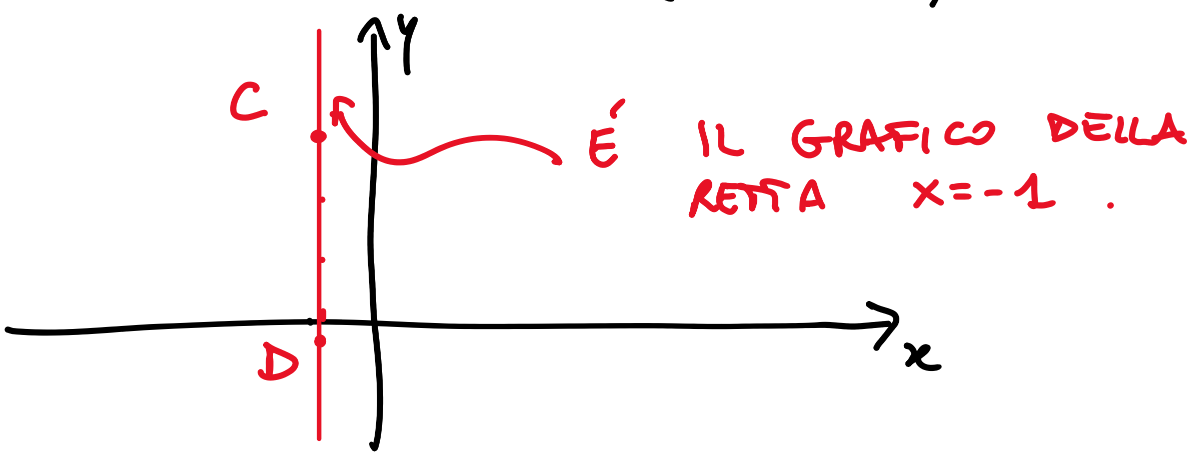
OSSIA NON CI SONO PUNTI IN QUESTA RETTA AVENTI ASCISSA $x = 0$.

$x = 2 \rightsquigarrow 2 = -1$ IMPOSSIBILE!

OSSIA NON CI SONO PUNTI IN QUESTA RETTA AVENTI ASCISSA $x = 2$

$y = 3 \rightsquigarrow x = -1$ OSSIA IL PUNTO $C = (-1, 3)$

$y = -\frac{2}{7} \rightsquigarrow x = -1$ OSSIA IL PUNTO $D = \left(-1, -\frac{2}{7}\right)$



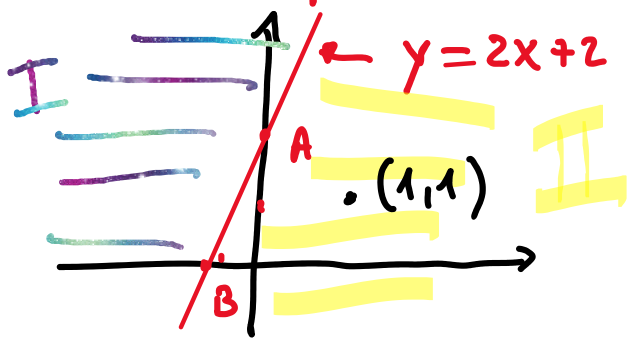
NOTA: (EQ. VS DISEQ.)

ANCHE LE DISEQ. DI 1° GRADO ($ax+by+c>0$ AD ESEMPIO, MA ANCHE CON $\geq$, $<$, $\leq$) SONO "LEGATE" AL GRAFICO DI RETTE, MA RAPPRESENTANO UNO DEI DUE SEMIPIANI SEPARATI DA ESSA!

ESERCIZIO: DISEGNARE LA RETTA $y=1$.

ES: $y \leq 2x+2$ (♥)

QUALE DEI 2 SEMIPIANI (I O II) IDENTIFICA LA DISEQ. SOPRA?



PRENDO "A CASO" UN PUNTO IN UNO DEI 2 SEMIPIANI. SE LE SUE COORDINATE SODDISFANO LA DISEQ. (♥) ALLORA STA NEL SEMIPIANO GIUSTO ALTRIMENTI STA IN QUELLO SBAGLIATO.

$P = (1,1) \xrightarrow[\text{(1,1) IN (♥)}]{\text{SOSTITUISCO}} 1 \leq 2 \cdot 1 + 2$

$P=(1,1)$ $\xrightarrow[(1,1) \text{ IN } (♥)]{\text{SOSTITUISCO}}$ $1 \leq 2\cdot 1+2$

$1 \leq 4$ VERO!

$\Rightarrow y \leq 2x+2$ IDENTIFICA IL SEMIPIANO II.

ESERCIZI: IDENTIFICARE $\frac{y}{3} \leq -2x$, $x+5y-6=0$, $3x-y>0$.

CIRCONFERENZE (ABBREVIATE CON CRF):

SONO RAPPRESENTATE DA UN'EQ. DOVE LE VARIABILI COMPAIONO (ENTRAMBE) AL 2° GRADO CON UGUALE COEFFICIENTE.

$$\boxed{x^2+y^2+ax+by+c=0}$$

COMPAIONO ENTRAMBE AL 2° GRADO CON STESSO COEFFICIENTE

$$(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$$

STESSO COEFF. + GRADO 2

ES: $4x^2+2x-3y^2+5=0$ NON É UNA CRF!

$y=x^2+4x+4$ NON É UNA CRF! (MANCA IL TERMINE y^2)

PER RAPPRESENTARNE IL GRAFICO, PARTIAMO DA

$$(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$$

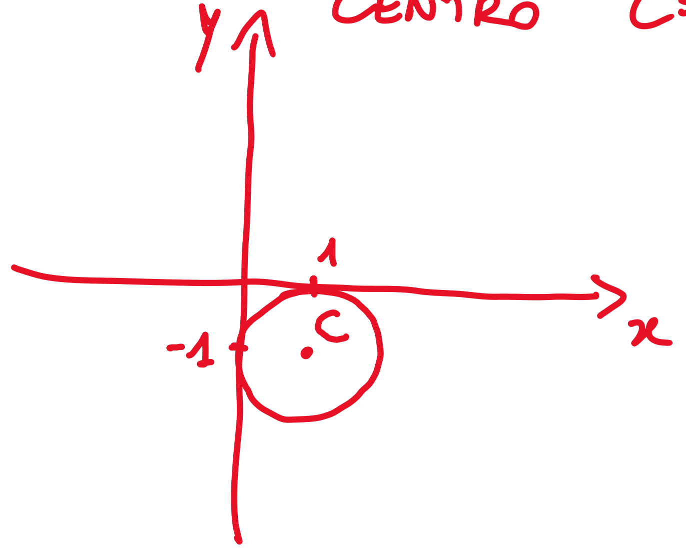
CENTRO É (a,b)

RAGGIO AL QUADRATO

ES: $(x-2)^2+(y-3)^2=4$ É UNA CRF CON CENTRO $(2,3)$ E RAGGIO 2.

ESERCIZIO: SCRIVERE L'EQ DELLA CRF DI

ESERCIZIO: SCRIVERE L'EQ DELLA CRF DI CENTRO $C=(1,-1)$ E RAGGIO



COSA FACCIAMO QUANDO L'EQ. DELLA CRF È DELLA FORMA $x^2+y^2+ax+by+c=0$?

ES: $x^2+y^2-4x+6y+4=0$

COMPLETAMENTO DEI QUADRATI:

$$(x^2-4x)+(y^2+6y)=-4$$

VOGLIO AVERE 2 QUADRATI DI BINOMIO DENTRO LE PARENTESI

$$(x^2-4x+4)+(y^2+6y+9)=-4+4+9$$

$$(x-2)^2+(y+3)^2=9$$

OSSIA LA CRF DI CENTRO $(2,-3)$ E RAGGIO 3.

ESERCIZIO: DISEGNARE LA CRF: $4x+x^2+y^2=12$.