

## 6 Integrali

**Esercizio 6.1.** Vero o falso?

- a. La derivata di  $\int (x^2 + 4x) dx$  è  $2x + 4$ .
- b.  $\int (4x^3 + 7) dx = \frac{x^4}{4} + 7x + c$ .
- c. Una primitiva di  $\int x dx$  è  $\frac{x^3}{6} + 1$ .
- d. La derivata di  $\int (\ln x + 4) dx$  è  $\ln x$ .
- e. Una primitiva di  $\sin x - \cos x$  è  $-\cos x - \sin x - 6$ .
- f. Se una funzione è integrabile e positiva, tutte le sue primitive sono crescenti.

**Esercizio 6.2.** Calcolare i seguenti integrali elementari:

- 1)  $\int \frac{7}{2x^5} dx$
- 2)  $\int (x^4 + 2x - \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{x^2} + 3) dx$
- 3)  $\int \sqrt[3]{x\sqrt{x}} dx$
- 4)  $\int \frac{x^2 + 2x}{x^2} dx$
- 5)  $\int 5e^x + \frac{1}{x} dx$
- 6)  $\int (1 + 2 \sin x - \cos x) dx$
- 7)  $\int \tan^2 x dx$
- 8)  $\int \frac{x^4}{4 + 4x^2} dx$

**Esercizio 6.3.** Risolvere i seguenti integrali indefiniti di funzioni composte:

- 1)  $\int e^x \sqrt{1 + e^x} dx$
- 2)  $\int (x + 1)^6 dx$
- 3)  $\int (2x^3 + x)e^{x^4 + x^2} dx$
- 4)  $\int \frac{\ln x}{5x} dx$
- 5)  $\int \sin(4x) dx$
- 6)  $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

**Esercizio 6.4.** Utilizzando i metodi di sostituzione o integrazione per parti, calcolare gli integrali indefiniti:

- 1)  $\int x^2 \sin x dx$
- 2)  $\int \ln x dx$

3)  $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

5)  $\int \frac{\sin x + 3}{2 \sin x} dx$

4)  $\int \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx$

6)  $\int \frac{4}{1 + \cos x} dx$

**Esercizio 6.5.** Risolvere i seguenti integrali definiti (talvolta generalizzati) o problemi riconducibili a un integrale definito:

- $\int_0^1 \frac{x+2}{x^2+4x+3} dx$
- Area compresa tra asse  $x$  e grafico di  $y = x^2 - 9$  nell'intervallo  $[0, 2]$  (Attenzione: il grafico è sotto l'asse delle  $x$ !)
- $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx$
- Area compresa tra asse  $x$  e grafico di  $y = e^x - 1$  nell'intervallo  $[-1, 1]$  (Attenzione: parte del grafico è sotto l'asse delle  $x$ !)
- Area della regione finita di piano compresa tra i grafici delle funzioni  $f(x) = x^2 - 1$  e  $g(x) = -x^2 - 3x - 1$

**Esercizio 6.6.** Verificare che le superfici colorate in figura hanno area finita e calcolarne il valore.

