Simulazione Secondo parziale Matematica 3

Nome e Cognome .... Matricola ....

1. Si svolgano gli integrali:
   - $\int\int_D x\,dx\,dy, \quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}},\ -\sqrt{1-2x^2} \leq y \leq \sqrt{1-2x^2}\}$
   - $\int\int\int_T x\,dx\,dy\,dz, \quad T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2+y^2 \leq 1,\ 0 \leq z \leq 1-x^2-y^2\}$.
2. Si calcoli l' integrale curvilineo di prima specie:
$$\int_\gamma \frac{\ln(y)}{y}\,ds$$
   dove γ è la curva $(t\ln(t) - t, t)$, con $t \in [1,2]$.
3. Sia $F(x,y) = (\cos(x+y) - \sin(x-y), \cos(x+y) + \sin(x-y))$ un campo vettoriale;
   - si verifichi che è irrotazionale
   - si stabilisca se è anche conservativo, e in caso affermativo si trovino le funzioni potenziale
   - si calcoli (come si preferisce) il lavoro del campo lungo la curva γ costituita dal segmento che congiunge (in ordine) i punti $(1,1)$ e $(2,1)$.
4. Si calcoli l'integrale di superficie della funzione $f(x,y,z) = xy$ esteso alla superficie espressa in forma cartesiana $\varphi(x,y) = (x,y,1)$ con $(x,y) \in D = \{x^2+y^2 \leq 1\}$.
5. Si trovi la soluzione del problema di Cauchy:
$$\begin{cases} y' = y\cos(x) \\ y(2\pi) = 3 \end{cases}$$
6. Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale omogenea $y'' - 2y' + y = 0$, e successivamente della non omogenea $y'' - 3y' + 2y = 3x$ con il metodo di somiglianza.