Simulazione Secondo parziale Matematica 3

Nome e Cognome .... Matricola ....

1. Si svolgano gli integrali:

$$\int\int_D xy\,dx\,dy, \quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, -3 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq e^x\}$$

$$\int\int\int_T x^2\,dx\,dy, dz, \quad T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4,\ 0 \leq z \leq 1 + \sqrt{x^2+y^2}\}$$

   servirà la formula $\cos^2(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2\theta))$

2. Si calcoli l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma z\,ds, \quad \gamma(v) = (v\cos(2\pi v), v\sin(2\pi v), v), \quad v \in [0,1]$$

3. Sia $F(x,y,z) = (yze^{xy}, xze^{xy}, e^{xy} + 2z)$ un campo vettoriale;
   - si verifichi che è irrotazionale
   - si stabilisca se è anche conservativo, e in caso affermativo si trovino le funzioni potenziale
   - si calcoli (come si preferisce) il lavoro del campo lungo la curva γ costituita dalla semicirconferenza di raggio 2 centrata nell'origine.

4. Si calcoli l'integrale di superficie

$$\int\int_\Sigma (x-1)\,d\sigma, \quad \Sigma = \{(x, y, \frac{x^2}{2} - x), \quad (x,y) \in [-1,1] \times [-1,1]\}$$

5. Si trovi la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{x} \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

6. Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale omogenea $-y'' + 2y' - 1y = 0$, e successivamente della non omogenea $-y'' + 2y' - y = x^2 + 1$ con il metodo di somiglianza.