

calcolo di prodotti scalari,
norme e prodotti vettoriali

$$\mathbb{R}^3 \quad v = (1, 2, -1) \quad w = (-2, 0, 1)$$

$$v \cdot w = 1 \cdot (-2) + 2 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 = -2 + 0 - 1 = -3$$

$$\|v\| = \sqrt{v \cdot v} = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{1 + 4 + 1} = \sqrt{6}$$

$$v \wedge w = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = i \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= i(2 \cdot 1 - 0) - j(1 \cdot 1 - (-2)) + k(0 - 4) = 2i + j - 4k$$

$$= 2(1, 0, 0) + (0, 1, 0) - 4(0, 0, 1) = (2, 1, -4)$$

$$w \wedge v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = i \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= -2i - j(2 - 1) - 4k = -2i - j - 4k = (-2, -1, -4)$$

determinare l'equazione di una retta o una parabola partendo dal disegno

es 1) parto dal disegno: scelgo due punti

$$\begin{matrix} x_1 & y_1 & x_2 & y_2 \\ (0, 1) & & (1, 3) & \end{matrix} \quad \frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow m$$

$$\frac{y - 1}{x - 0} = \frac{3 - 1}{1 - 0} \rightarrow x \cdot \frac{y - 1}{x} = 2 \cdot x \rightarrow y - 1 = 2x$$

$$y = 2x + 1$$

es 2) $\begin{matrix} P_1 & P_2 \\ x_1 & y_1 & x_2 & y_2 \\ (1, 0) & & (0, 1) & \end{matrix}$

$$\frac{y - 0}{x - 1} = \frac{1 - 0}{0 - 1} \rightarrow \frac{y}{x - 1} = -1 \rightarrow y = -1(x - 1)$$

$$y = -x + 1$$

- parabola con due radici e concavità positiva

$$y = (x - r_1) \cdot (x - r_2) = (x - (-1)) \cdot (x - 1) = (x + 1) \cdot (x - 1) = x^2 - 1$$

- parabola con una radice e concavità positiva

$$y = (x - r) \cdot (x - r) = (x - 1) \cdot (x - 1) = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

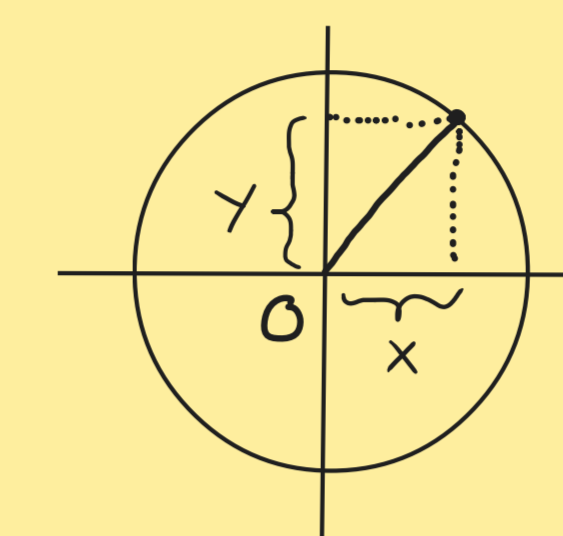
- parabola con due radici e concavità negativa

$$y = -(x - r_1) \cdot (x - r_2) = -(x + 1) \cdot (x - 1) = -(x^2 - 1) = -x^2 + 1$$

circonferenze (equazione e disegno)

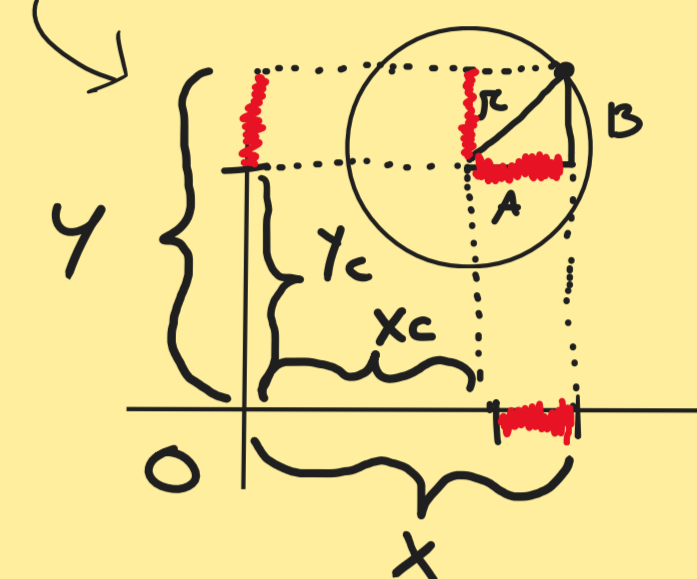
equazione del tipo $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

servono due elementi per trovare
e equazione partendo dal disegno e viceversa:
1) centro 2) raggio



dal teorema di pitagora,
la relazione che cerchiamo è
 $r^2 = x^2 + y^2$
 $r^2 = (x - 0)^2 + (y - 0)^2$

traslata



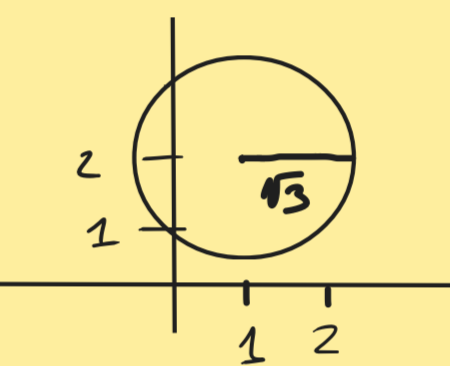
$$r^2 = A^2 + B^2$$

$$r^2 = (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2$$

es 1)

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 3$$

$$C = (1, 2) \quad r = \sqrt{3}$$



di solito però non trovo un'equazione
già pronta!

es 2)

$$\frac{3x^2 + 3y^2 + 6x - 4}{3} = 0 \rightarrow x^2 + y^2 + 2x - \frac{4}{3} = 0$$

$$y^2 + (x^2 + 2x + 1) - 1 - \frac{4}{3} = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

$$y^2 + (x + 1)^2 - \frac{7}{3} = 0 \rightarrow y^2 + (x + 1)^2 = \frac{7}{3}$$

$$C = (-1, 0) \quad r = \sqrt{\frac{7}{3}}$$

es 3)

$$\frac{1}{2} \cdot (2x^2 + 2y^2 + 2\sqrt{2}(x + y) - 1) = 0 \cdot \frac{1}{2}$$

$$x^2 + y^2 + \sqrt{2}x + \sqrt{2}y - \frac{1}{2} = 0$$

$$x^2 + \sqrt{2}x = x^2 + \frac{2\sqrt{2}}{2}x$$

$$\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + \left(y + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$= \left(x^2 + 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)x + \frac{2}{4}\right) - \frac{2}{4}$$

$$\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}$$

$$= \left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$$

$$C = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad r = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

es 4)

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = -2 \quad \text{IMPOSSIBILE}$$

es 5) $\underbrace{(x + 1)^2}_0 + \underbrace{(y - 2)^2}_0 = 0 \quad x = -1, y = 2$