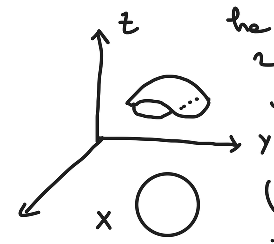
COORDINATE POLARI

$\gamma: (x-x_c)^2+(y-y_c)^2=r^2 \rightsquigarrow \begin{cases} x = r\cos\theta + x_c \\ y = r\sin\theta + y_c \end{cases}$ $\quad \theta\in[0,2\pi]$

$(x-x_c)^2+(y-y_c)^2 \le r^2$

$\begin{cases} x = \rho\cos\theta + x_c \\ y = \rho\sin\theta + y_c \end{cases}$ $\quad \theta\in[0,2\pi] \quad \rho\in[0,r]$

facendo variare il raggio ottengo tutte le circonferenze concentriche più piccole, quindi sto descrivendo la parte di piano contenuta dentro la circonferenza gamma!



una superficie ha bisogno di 2 parametri, a prescindere dallo spazio ($\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3, \dots$) in cui la definisco

le curve invece necessitano di un solo parametro:

$y = 3x+2 \qquad \begin{cases} x = t \\ y = 3t+2 \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$

$x = 2y-1 \qquad \begin{cases} x = 2t-1 \\ y = t \end{cases}$

$y = x^2+3x+2 \qquad \begin{cases} x = t \\ y = t^2+3t+2 \end{cases}$

$e^x = \cos y \rightsquigarrow x = \ln(\cos y) \qquad \begin{cases} x = \ln(\cos t) \\ y = t \end{cases}$

topologia in $\mathbb{R}^2$

$$d(P,Q) = \sqrt{(x_P-x_Q)^2+(y_P-y_Q)^2}$$

sia $P=(x_0,y_0)$

intorno circolare di P di raggio $\delta>0$ e di centro P

$$\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid (x-x_P)^2+(y-y_P)^2<\delta^2\}$$
$$=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid d((x,y),P)<\delta\}$$
$$=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid \|(x,y)-(x_P,y_P)\|<\delta\}$$
$$=\{Q\in\mathbb{R}^2 \mid \|Q-P\|<\delta\} = B_\delta(P)$$

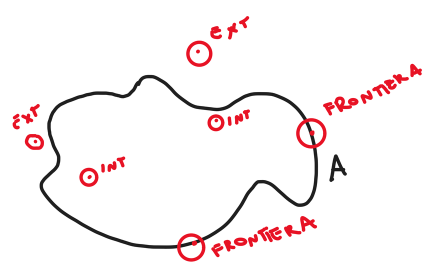
$A\subseteq\mathbb{R}^2$

punto interno P per A se esiste $B_\delta(P)\subseteq A$

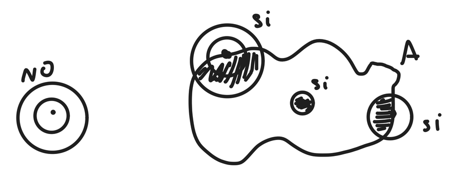
punto esterno P per A se è interno ad $\mathbb{R}^2\setminus A$

Punto di frontiera per A se non è né interno né esterno

in $\mathbb{R}^2$



punto di accumulazione P per A se per ogni intorno circolare di P, questo contiene punti di A (oltre a P)



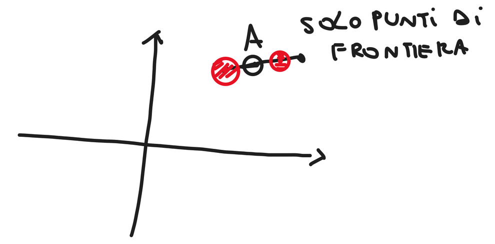
in $\mathbb{R}$

$A=(a,b)$

(a,b) interni

a,b di frontiera

$(-\infty,a)\cup(b,\infty)$ esterni

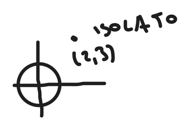


A si dice aperto se i suoi punti sono tutti interni

A si dice chiuso se $\mathbb{R}^2\setminus A$ è aperto

P è un punto isolato di A se esiste almeno un intorno di P che non contiene punti di A (escluso P)

$A=\{x^2+y^2\le 1\}\cup\{(2,3)\}$



$A_1 = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (x-1)^2+(y-1)^2<4\}$ aperto

$A_2 = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (x-1)^2+(y-2)^2=4\}$ chiuso

$A_3 = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (x-1)^2+(y-1)^2\le 4\}$ chiuso

$A_4 = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 0<x<1,\ x<y<1\}$ aperto

$A_5 = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : y>x\}$ aperto

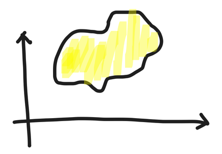
$A_6 = (1,2)\times(1,3)$ aperto $\quad A_7=[1,2]\times[1,3]$ chiuso

$A_8 = (1,2)\times[1,3]$ né aperto né chiuso!

$A_9 = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : y\ge 1\}$ chiuso

FUNZIONI IN DUE VARIABILI

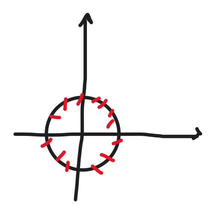
$f: \underset{\subseteq\mathbb{R}^2 \text{ aperto}}{A} \longrightarrow \mathbb{R}$



$z=\dfrac{1}{x^2+y^2} \qquad$ CE: $x^2+y^2\neq 0 \qquad (x,y)\neq 0$

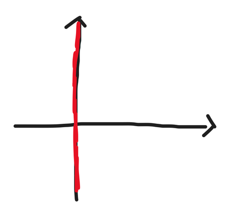
$z=\dfrac{1}{x^2+y^2-1} \qquad$ CE: $x^2+y^2-1\neq 0 \rightsquigarrow x^2+y^2\neq 1$

$D=\mathbb{R}^2\setminus\{x^2+y^2=1\}$



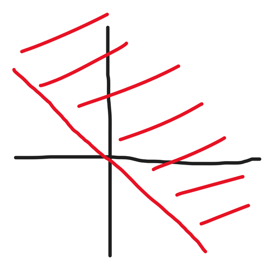
$z=\dfrac{1}{x} \qquad$ CE $x\neq 0$

$\mathbb{R}^2\setminus\{x=0\}$



$z=\dfrac{1}{x+y} \qquad x+y\neq 0 \qquad y\neq -x$

$z=\ln(x+y) \qquad x+y>0 \qquad y>-x$



$z=x^2+y^2 \qquad \mathbb{R}^2$

$z=\sqrt{x^2+y^2} \qquad x^2+y^2\ge 0$