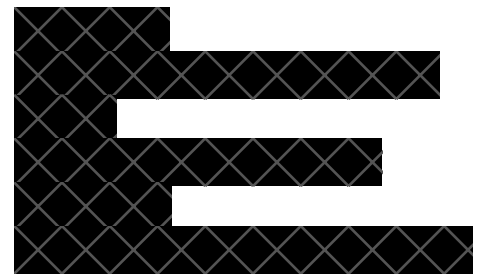




Università degli Studi di Cagliari
Facoltà di Scienze



L'ottimizzazione



Ottimizzazione

L'ottimizzazione è il calcolo delle variabili decisionali appartenenti alla funzione obiettivo in modo tale che, applicati certi vincoli, si possa massimizzare o minimizzare il valore finale.

Le variabili decisionali sono le incognite che bisogna determinare per poter risolvere il problema di ottimizzazione. Queste variabili vengono calcolate in base a dei limiti imposti dal problema stesso oppure imposti semplicemente per non rendere i risultati impossibili (come per esempio la non negatività delle variabili).

Problema

Un'azienda ha deciso di produrre lo Spritz in brick da 33cl.

Per cominciare, si produrranno 4 tipologie di Spritz:

- **Aperol Classic.** È composto da **11cl** di soda, **11cl** di Aperol e **11 cl** di Prosecco (la classica tripletta di 1/3 che ha appassionato il mondo). Con questo prodotto si ha **5 euro** di guadagno.
- **Analcolico.** Purtroppo, non tutti sopportano l'alcol, quindi l'azienda ha voluto introdurre uno spritz completamente analcolico composto da **13cl** di Soda e **20cl** di Succo d'Arancia con un guadagno di **4 euro** a spritz.
- **Tropical.** Per chi desidera un tocco di freschezza in più rispetto all'Aperol Classic. È composto da **7cl** di Soda, **9 cl** di Aperol, **10cl** di Prosecco e **7cl** di Succo d'Arancia con un guadagno di **6,5 euro**.
- **Strong Spritz.** Adatto a chi sente l'Aperol classic troppo "leggero", infatti è composto da **6cl** di Soda, **7cl** di Aperol e **20cl** di Prosecco con un guadagno di **7 euro**.

Per il primo periodo si possono usufruire giornalmente delle seguenti risorse:

15 litri di Soda;

17 litri di Aperol;

19 litri di Prosecco;

10 litri di succo d'Arancia.

Inoltre, l'azienda ha deciso di produrre il **10%** di brick analcolici, per invogliare anche gli astemi a provare il gusto dello Spritz.

L'obiettivo dell'azienda è massimizzare il profitto cercando di utilizzare la maggior parte dei prodotti messi a disposizione.



Variabili decisionali

Le variabili decisionali coincidono con le 4 ricette, dunque:

- X_a numero di brick Aperol Classic;
- X_b numero di brick Analcolico;
- X_c numero di brick Tropical;
- X_d numero di brick Strong Spritz.

Dataset

	Aperol Classic	Analcolico	Tropical	Strong Spritz
Soda (cl)	11	13	7	6
Aperol (cl)	11	0	9	7
Prosecco (cl)	11	0	10	20
Succo (cl)	0	20	7	0
Guadagno (cl)	5	4	6.5	7

Vincoli

In questo problema, i vincoli sono dati dalle limitazioni delle materie prime come riportate nella seguente tabella:

Ingrediente	Quantità disponibile
Soda (l)	15
Aperol (l)	17
Prosecco (l)	19
Succo(l)	10

Di conseguenza le relative funzioni sono costruite nel seguente modo:

- la somma della quantità di Soda utilizzata per i prodotti non deve superare i 15 litri
$$So_a * X_a + So_b * X_b + So_c * X_c + So_d * X_d \leq 15$$
- la somma della quantità di Aperol utilizzata per i prodotti non deve superare i 17 litri
$$Ap_a * X_a + Ap_b * X_b + Ap_c * X_c + Ap_d * X_d \leq 17$$
- la somma della quantità di Prosecco utilizzata per i prodotti non deve superare i 19 litri
$$Pr_a * X_a + Pr_b * X_b + Pr_c * X_c + Pr_d * X_d \leq 19$$
- la somma della quantità di Succo utilizzata per i prodotti non deve superare i 10 litri
$$Su_a * X_a + Su_b * X_b + Su_c * X_c + Su_d * X_d \leq 10$$

Inoltre, il 10% degli spritz prodotti deve essere analcolico dunque:

$$10\% \text{ del Totale Spritz} = \text{Spritz Analcolici}$$

$$10\% (X_a + X_b + X_c + X_d) = X_b$$

Per agevolare i calcoli porto tutto al primo membro:

$$0,1 (X_a + X_b + X_c + X_d) - X_b = 0$$

L'ultimo vincolo riguarda le variabili decisionali in quanto non si possono produrre numeri di Spritz non interi per esempio 3,5 brick di spritz, quindi è importante specificare che i prodotti devono avere dei valori interi:

$$X_a, X_b, X_c, X_d = \text{interi}$$

Funzione obiettivo

L'obiettivo del problema è quello di massimizzare i guadagni e, di conseguenza, la funzione obiettivo è espressa da una sommatoria del prezzo di ogni tipo di spritz moltiplicato per la quantità prodotta di quella determinata tipologia di spritz:

$$\sum_{i=1}^n p_i * X_i$$

dove n è il numero di ricette, p_i è il prezzo dell'i-esimo spritz e X_i è la quantità dell'i-esimo spritz prodotto.

Soluzione 1

Applicando tutti vincoli e utilizzando le funzioni descritte, il risolutore di Excel ha trovato una prima soluzione.

Aperol Classic	Analcolico	Tropical	Strong Spritz	Tot
25	17	94	34	170

(tabella variabili decisionali)

Ingredienti	Q. utilizzate	Q. disponibili
Soda	13,58	15
Aperol	13,59	17
Prosecco	18,95	19
Succo d'arancia	9,98	10

(tabella vincoli ingredienti)

Analcolico	0	0
------------	---	---

(tabella vincolo analcolico)

Guadagno	1042
----------	------

(tabella guadagno)

Si può evincere dalla tabella dei vincoli degli ingredienti che le risorse sono state globalmente sfruttate. Quindi si potrebbe pensare che sia un'ottima soluzione in quanto il vincolo del 10% dei prodotti analcolici è stato rispettato e il guadagno è soddisfacente ma la tabella delle variabili decisionali ha dei valori discutibili. In un ipotetico ambito commerciale, si può presupporre che lo spritz classico sia quello più acquistato e le varie ricette derivate siano acquistate in quantità minore. A questo proposito ho provato a trovare una seconda soluzione.

Soluzione 2

Per risolvere il problema precedente ho pensato di assegnare ad ogni ricetta un attributo che rappresenti il gradimento di quella tipologia di Spritz basato su un sondaggio anonimo effettuato dall'azienda stessa.

Aperol Classic	Analcolico	Tropical	Strong Spritz
50%	10%	15%	25%

Il gradimento di uno spritz rispetto a un altro rappresenta un ulteriore vincolo da considerare.

- Gradimento X_a (Aperol Classic): $0,5 * (X_a + X_b + X_c + X_d) - X_a = 0$
- Gradimento X_b (Analcolico): $0,1 * (X_a + X_b + X_c + X_d) - X_b = 0$
- Gradimento X_c (Tropical): $0,15 * (X_a + X_b + X_c + X_d) - X_c = 0$
- Gradimento X_d (Strong Spritz): $0,25 * (X_a + X_b + X_c + X_d) - X_d = 0$

Ovviamente si utilizzano gli stessi vincoli descritti in precedenza ad eccezione del vincolo sull'analcolico.

Aperol Classic	Analcolico	Tropical	Strong spritz	tot
60	12	18	30	120

(tabella variabili decisionali)

Ingredienti	Q. utilizzate	Q. disponibili
Soda	11,22	15
Aperol	10,32	17
Prosecco	14,4	19
Succo d'arancia	3,66	10

(tabella vincoli ingredienti)

Gradimento X_a	0	0
Gradimento X_b	0	0
Gradimento X_c	0	0
Gradimento X_d	0	0

(tabella vincolo gradimento)

Guadagno	675
----------	-----

(tabella guadagno)

Si può immediatamente notare che le condizioni di gradimento sono state rispettate e che, a livello complessivo, le risorse sono state sfruttate. Inoltre, si può notare un bilanciamento più equo dei prodotti basati sulle preferenze dei clienti. Il guadagno è accettabile.

Conclusione

A primo impatto si potrebbe pensare che la prima soluzione sia la migliore in quanto le risorse sono sfruttate di più e il guadagno è maggiore ma si può notare che la seconda soluzione è più probabile e verosimile in quanto basata sul gradimento dei clienti.