

DATI E MODELLI (DMOD)

Tesina Ottimizzazione Lineare



Matricola:



Introduzione del problema

La prestigiosa scuola di Nicola conta tantissimi allievi al suo interno. Per il nuovo anno Nicola decide di comprare le mute di corde nuove per sostituirle a tutte le chitarre della scuola per avere un buon riinizio e soprattutto per attirare nuovi allievi.

Quindi per comprarle decide di trovare il modo di spendere il minimo, tenendo però conto di quelli che sono i suoi gusti/aspettative riguardo alle corde, quali corde necessita preferibilmente una chitarra rispetto ad altre ...

Prima di presentare le offerte che Nicola ha preso in considerazione è bene specificare i dettagli delle corde:

- **Prezzo:** indica il prezzo per una muta di corde (una muta rappresenta un pacco contenenti tutte le corde per una chitarra);
- **Diametro:** misurato in millimetri, indica lo spessore della corda;
- **Qualità suono:** è indicata dalle seguenti etichette: **W** (WARM) indica un suono caldo e **RF** (RICH AND FULL) indica un suono ricco e pieno;
- **Durata corde:** indica dopo quanto tempo le corde andrebbero cambiate: **SL** (Short Life, 1-6 mesi), **LL** (Long Life, 6-12 mesi);
- **Materiale corde:** indica il materiale di cui sono fatte le corde: **RA** (Rame argentato), **N** (Nylon), **T** (Titanio)

Dataset

Venditori di corde per chitarra	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7
Prezzo (€)	11,9	16,85	9,9	21,9	4,9	15,6	18,5
Diametro(mm)	0,11	0,12	0,1	0,09	0,1	0,12	0,09
Qualità suono	W	RF	W	W	RF	RF	W
Durata corde	SL	LL	SL	LL	SL	LL	LL
Materiale corde	RA	N	N	T	T	RA	N

Vincoli (1° ANNO)

Nicola decide di comprare un totale di corde pari a **835 mute**. Come è già stato detto, desidera spendere il minimo possibile però rispettando quelli che sono i suoi bisogni.

Desidera che il diametro medio del totale sia almeno maggiore di 0,10.

Poiché il corso di studi di musica classica è quello che conta più allievi, è necessario che le chitarre utilizzate abbiano un suono “CALDO”, perciò Nicola decide che almeno il 60% delle corde debbano avere un suono **WARM**.

Inoltre, Nicola pretende sia qualità che risparmio, perciò decide di porre un limite di acquisto per le corde di poca durata o **Short Life**. Sul totale delle mute, al più il 30%, saranno costituite da corde **SL**.

Infine, necessita che il numero di corde in Titanio (**T**) costituiscano, al più, il 20% delle corde comprate e il numero delle corde in Rame Argentato (**RA**) almeno il 30% sempre sul totale di corde.

Vincoli (equazioni/disequazioni)

I vincoli precedentemente elencate si traducono in questo modo:

Indichiamo la quantità di corde acquistata dal venditore V_n con la lettera X_n e scriviamo le relative uguaglianze/disuguaglianze per poter rendere i vincoli un po' più formali.

Mute da acquistare

Le mute da acquistare in totale sono 835. Perciò la somma di tutte le corde acquistate dovrà essere uguale a:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 835$$

Media del diametro

La media del diametro complessiva deve essere almeno 0.10, perciò specifichiamo la disequazione come segue: indichiamo con d_n il diametro relativo a ogni venditore di corde

$$\sum_{n=1}^7 d_n * x_n \geq 0.1$$

Scomponendo la sommatoria, svolgendo i prodotti e le somme la disequazione finale che si ottiene è la seguente

$$x_1 + 2 * x_2 - x_4 + 2 * x_6 - x_7 \geq 0$$

Suono Warm

Poiché è richiesto che almeno il 60% delle corde acquistate abbiano un suono **Warm** la disequazione è la seguente:

$$x_1 + x_3 + x_4 + x_7 \geq 0.6 * (TOT)$$

dove TOT è il totale delle corde acquistate (anche per le prossime formule verrà indicato così)

Durata corde SL

È richiesto che le corde di poca durata siano al massimo il 30% del totale.

$$x_1 + x_3 + x_5 \leq 0.3(TOT)$$

Numero corde Titanio

Le corde fatte in Titanio dovranno essere al massimo il 20% del totale.

$$x_4 + x_5 \leq 0.2(TOT)$$

Numero corde Rame Argentato

Le corde fatte in rame argentato invece devono essere almeno il 30%.

$$x_1 + x_6 \geq 0.3(TOT)$$

Funzione obiettivo

Perciò l'ottimizzazione lineare è utilizzata per minimizzare la spesa rispettando tutti i vincoli. Quindi la funzione obiettivo è data dalla sommatoria del prezzo di ogni venditore moltiplicato per la quantità comprata:

$$\sum_{i=1}^n p_i * x_i$$

Risultati

Venditori di corde per chitarra	Venditore1	Venditore2	Venditore3	Venditore4	Venditore5	Venditore6	Venditore7
Prezzo	11,9	16,85	9,9	21,9	4,9	15,6	18,5
Diametro(mm)	0,11	0,12	0,1	0,09	0,1	0,12	0,09
Qualità suono	W	RF	W	W	RF	RF	W
Durata corde (mesi)	SL	LL	SL	LL	SL	LL	LL
Materiale corde	RA	N	N	T	T	RA	N
Limiti							
Mute da acquistare	835						
Media del diametro	0,1						
Suono Warm	0,6						
Durata corde SL	0,3						
Numero corde Titanio	0,2						
Numero corde RA	0,3						
Variabili decisionali							
	84	0	0	0	167	167	417
Funzione obiettivo (SPESA)							
	12137,6						
Vincoli	<i>Attuale</i>		<i>Limiti</i>				
Mute da acquistare	835	=	835				
Media del diametro	1	>=	0				
Suono Warm	501	>=	501				
Durata corde SL	251	<=	251				
Numero corde Titanio	167	<=	167				
Numero corde RA	251	>=	251				

Analisi di sensibilità

Cella	Nome	Finale Valore	Ombreggiatura Prezzo	Vincolo a destra	Consentito Incremento	Consentito Decremento
\$B\$26	Mute da acquistare Attuale	835	13,55	835	5,70655E-14	334
\$B\$27	Media del diametro Attuale	1	0	0	1	1E+30
\$B\$28	Suono Warm Attuale	501	4,95	501	1	5,70655E-14
\$B\$29	Durata corde SL Attuale	251	-8,65	251	5,70655E-14	168
\$B\$30	Numero corde Titanio Attuale	167	0	167	1E+30	2,85327E-14
\$B\$31	Numero corde RA Attuale	251	2,05	251	334	5,70655E-14

L'analisi di sensibilità ci indica i prezzi di ombra di ogni vincolo, ovvero, di quanto il valore della funzione obiettivo cambia al variare di 1 unità il valore del vincolo. In questo caso per i vincoli sul numero di mute, sul suono Warm e sul numero di corde si avrà un aumento del prezzo, mentre per la durata delle corde SL si avrà un risparmio poiché per una muta di corde SL in più si avrà una muta di corde LL in meno e si avrà un risparmio su di esso.

Conclusione

La spesa totale è pari a **12137,60 €**.

I valori delle variabili decisionali, invece, sono $x_1 = 84$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$, $x_5 = 167$, $x_6 = 167$, $x_7 = 417$. Come è possibile notare il Venditore7 è quello che ha venduto di più, dovuto dal fatto che vende corde **Warm** (60% del totale), Long Life (almeno il 70% del totale) e Nylon (circa il 50% del totale).

Vincoli (2° ANNO)

L'anno dopo Nicola, decide di rivolgersi agli stessi venditori, che hanno lasciato le caratteristiche delle loro corde invariate. Però stavolta i vincoli sono i seguenti:

Mute da acquistare

Le mute da acquistare in totale sono 750, poiché ha ancora in avanzo corde dall'anno prima:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 750$$

Media del diametro

La media del diametro complessiva deve essere almeno 0.11, perciò specifichiamo la disequazione come segue: indichiamo con d_n il diametro relativo a ogni venditore di corde

$$\sum_{n=1}^7 d_n * x_n \geq 0.11$$

Scomponendo la sommatoria, svolgendo i prodotti e le somme la disequazione finale che si ottiene è la seguente:

$$x_2 - x_3 - 2 * x_4 - x_5 + x_6 - 2 * x_7 \geq 0$$

Suono Rich & Full

L'anno dopo, il corso di Rock/Metal presenta molte più presenze rispetto a quelle di classico, quindi vorrebbe che la maggior parte delle corde fossero con un suono **Ricco e Pieno**, almeno il 65% del totale:

$$x_2 + x_5 + x_6 \geq 0.65 * (TOT)$$

Durata corde SL

Questo rimane invariato

Numero corde Nylon

Nicola ha ancora numerose mute nuove di corde in Nylon perciò limita l'acquisto di esse al 20% del totale

$$x_2 + x_3 + x_7 \leq 0.2(TOT)$$

Numero corde Titanio

Le corde fatte in Titanio devono essere almeno il 30%.

$$x_4 + x_5 \geq 0.3(TOT)$$

Risultati

Venditori di corde per chitarra	Venditore1	Venditore2	Venditore3	Venditore4	Venditore5	Venditore6	Venditore7
Prezzo	11,9	16,85	9,9	21,9	4,9	15,6	18,5
Diametro(mm)	0,11	0,12	0,1	0,09	0,1	0,12	0,09
Qualità suono	W	RF	W	W	RF	RF	W
Durata corde (mesi)	SL	LL	SL	LL	SL	LL	LL
Materiale corde	RA	N	N	T	T	RA	N
Limiti							
Mute da acquistare	750						
Media del diametro	0,11						
Suono Rich & Full	0,65						
Durata corde SL	0,3						
Numero corde Nylon	0,2						
Numero corde Titanio	0,3						
Variabili decisionali	Venditore1	Venditore2	Venditore3	Venditore4	Venditore5	Venditore6	Venditore7
	0	0	0	0	225	525	0
Funzione obiettivo (SPESA)							
	9292,5						
Vincoli	Attuale	Limiti					
Mute da acquistare	750	=	750				
Media del diametro	300	>=	0				
Suono Warm	750	>=	488				
Durata corde SL	225	<=	225				
Numero corde Nylon	0	<=	150				
Numero corde Titanio	225	>=	225				

Analisi di sensibilità

Cella	Nome	Finale Valore	Ombreggiatura Prezzo	Vincolo a destra	Consentito Incremento	Consentito Decremento
\$B\$26	Mute da acquistare Attuale	750	15,6	750	1E+30	262
\$B\$27	Media del diametro Attuale	300	0	0	300	1E+30
\$B\$28	Suono Warm Attuale	750	0	488	262	1E+30
\$B\$29	Durata corde SL Attuale	225	-10,7	225	150	2,84217E-14
\$B\$30	Numero corde Nylon Attuale	0	0	150	1E+30	150
\$B\$31	Numero corde Titanio Attuale	225	0	225	2,84217E-14	1E+30

In questo caso l'analisi di sensibilità ci illustra che i prezzi d'ombra sono presenti nel vincolo di numero di corde da acquistare e nella durata delle corde. La prima ovviamente porta a un aumento del prezzo, mentre come nell'altro modello l'aumento delle corde SL porta a un risparmio.

Conclusione

La spesa totale è pari a 9292,50 €.

Le corde che sono state acquistate hanno una particolarità, ovvero che sono state acquistate solamente corde fatte di Titanio (**T**) e Rame Argentato (**RA**) e inoltre solamente dal tono Ricco e Pieno (**RF, Rich & Full**), questo anche perché il 1° anno Nicola aveva comprato tantissime corde in Nylon (**N**) dal suono Warm (**W**) che sono rimaste sicuramente inutilizzate e pronte per il secondo anno. Da lì si spiega perché ha posto questi vincoli sul suo acquisto.