Determinante di una matrice

Ad ogni matrice quadrata a coefficienti reali è possibile associare un numero reale, detto **determinante**, calcolato secondo un procedimento ben preciso.

Consideriamo la matrice

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

a) Il determinante di una matrice quadrata di ordine 1 è pari all'unico coefficiente della matrice.

In simboli: $A = |a_{11}|; \quad \det(A) = a_{11}$

b) il determinante di una matrice quadrata di ordine 2 è pari alla differenza dei prodotti dei coefficienti della diagonale principale e di quelli sull'altra diagonale:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}; \qquad \det(A) = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

c) il determinante di una matrice quadrata di ordine 3 è dato dalla seguente formula (Teorema di Laplace):

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$det(A) = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{12}(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31})$$

Si può utilizzare anche la regola di Sarrus

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array}\right|$$

$$- \quad - \quad - \quad + \quad + \quad +$$

$$det(A) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$