Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2022-2023

Prova scritta in aula del 07.02.2023

Parte I - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_SdA 07.02.23*001

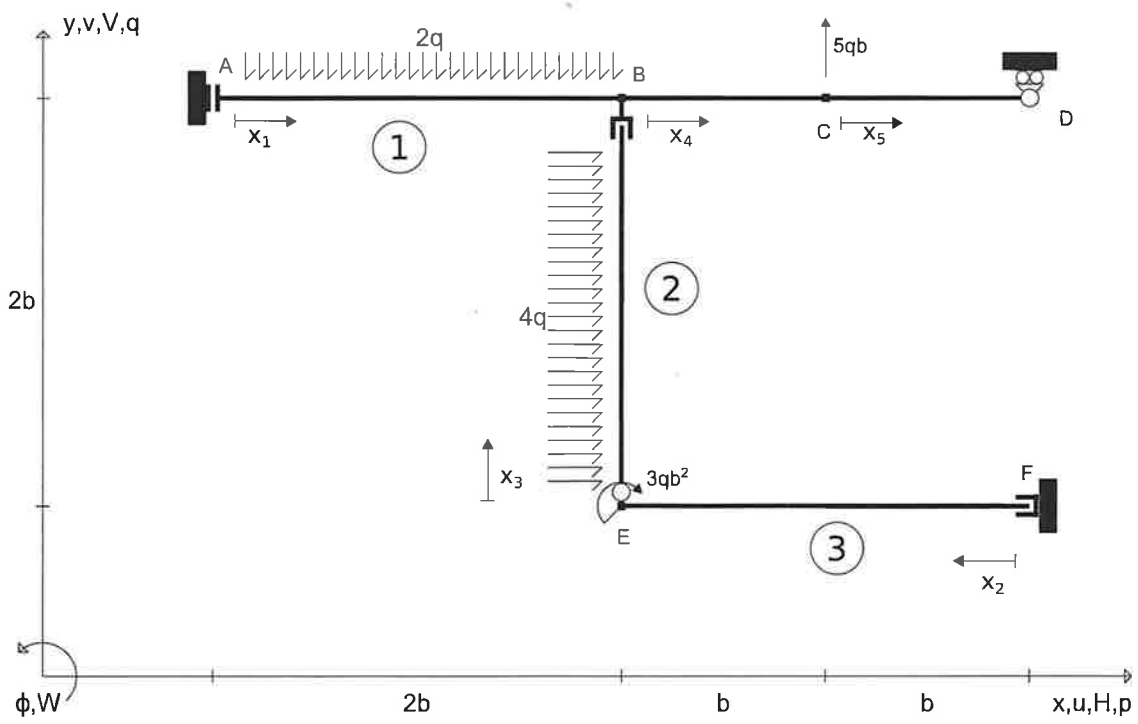
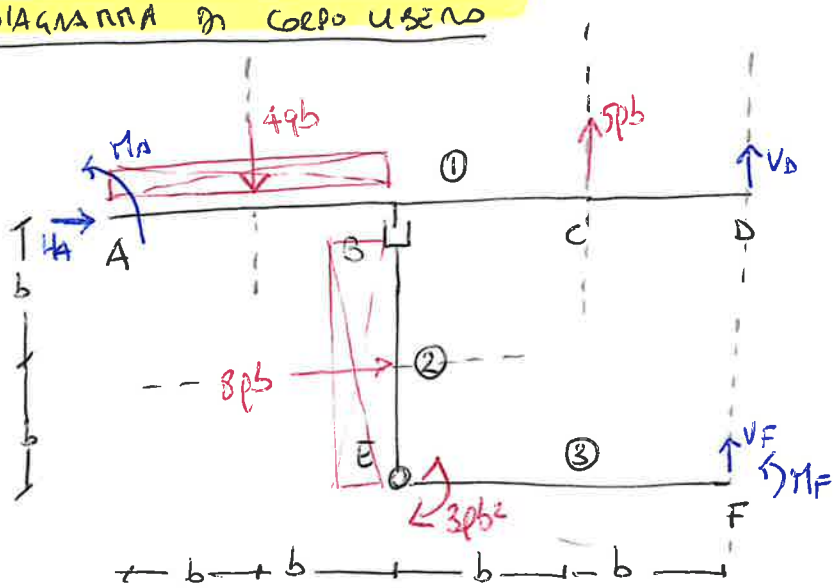


DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO



GDL = 3×3 = 9

GDV = 2(A) + 2(B) + 1(D) + 2(E) + 2(F) = 9

GDV = GDL

INCOGNITE: H_A, M_A, V_D, V_F, M_F

EQUAZIONI CARDINALI:

① ∪ ② ∪ ③

(I) $\rightarrow R_x = 0$ $\quad H_A + 8pb = 0$ $\quad \boxed{H_A = -8pb}$

(II) $\uparrow R_y = 0$ $\quad V_D + V_F - 4pb + 5pb = 0$

(III) $\circlearrowleft M_{t(A)} = 0$ $\quad M_A + M_F + V_D \cdot 4b + V_F \cdot 4b - 4pb^2 + 8pb^2 + 15pb^2 - 3pb^2 = 0$

EQUAZIONI AUSILIARIE:

(IV) $R_y^{(1)} = 0$; oppure $\boxed{R_y^{(2+3)} = 0}$ $\quad$ (IV) $\uparrow R_y^{(2+3)} = 0$ $\quad \boxed{V_F = 0}$

(V) $\boxed{M_{t(E)}^{(3)} = 0}$; oppure $M_{t(E)}^{(1+2)} = 0$ $\quad$ (V) $\circlearrowleft_{(E)}^{(3)} = 0$ $\quad M_F + V_F \cdot 2b - 3pb^2 = 0$

$\boxed{M_F = 3pb^2}$

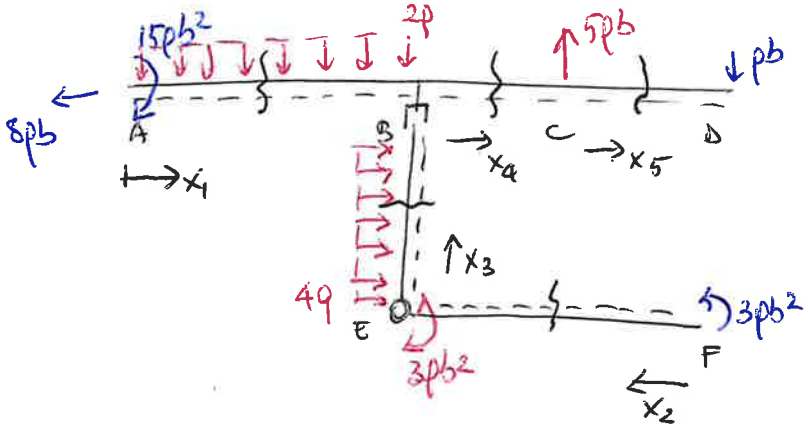
↳ (II) $\uparrow R_y = 0$ $\quad V_D + V_F = -pb$ $\quad \boxed{V_D = -pb}$

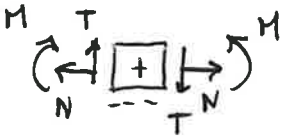
↳ (III) $\circlearrowleft M_{t(A)} = 0$ $\quad M_A + \underset{3pb^2}{M_F} + \underset{-pb}{V_D} \cdot 4b + V_F \cdot 4b + 16pb^2 = 0$

$M_A + 3pb^2 - 4pb^2 + 16pb^2 = 0$ $\quad \boxed{M_A = -15pb^2}$

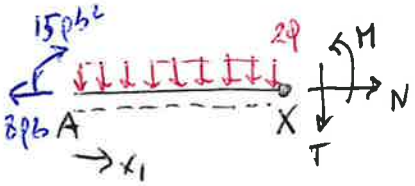
①

DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO IN EQUILIBRIO





(I) A → B $0 < x_1 < 2b$



$\rightarrow R_{//} = 0 \quad -8pb + N(x_1) = 0 \quad \boxed{N(x_1) = 8pb}$

$\uparrow R_{\perp} = 0 \quad -2px_1 - T(x_1) = 0 \quad \boxed{T(x_1) = -2px_1}$

$T(x_1=0) = 0$

$T(x_1=2b) = -4pb$

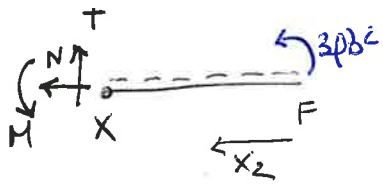
$\circlearrowleft M_z = 0 \quad -15pb^2 + 2px_1 \cdot \frac{x_1}{2} + M(x_1) = 0$

$\boxed{M(x_1) = 15pb^2 - px_1^2}$

$M(x_1=0) = 15pb^2$

$M(x_1=2b) = 11pb^2$

(II) F → E $0 \leq x_2 < 2b$

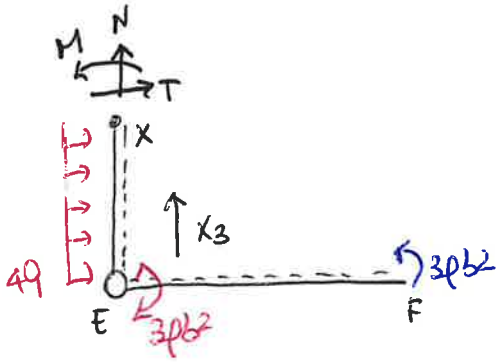


$\leftarrow R_{//} = 0 \quad \boxed{N(x_2) = 0}$

$\uparrow R_{\perp} = 0 \quad \boxed{T(x_2) = 0}$

$\circlearrowleft M_z = 0 \quad 3pb^2 + M(x_2) = 0 \quad \boxed{M(x_2) = -3pb^2}$

(III) $E \to B \qquad 0 < x_3 < 2b$



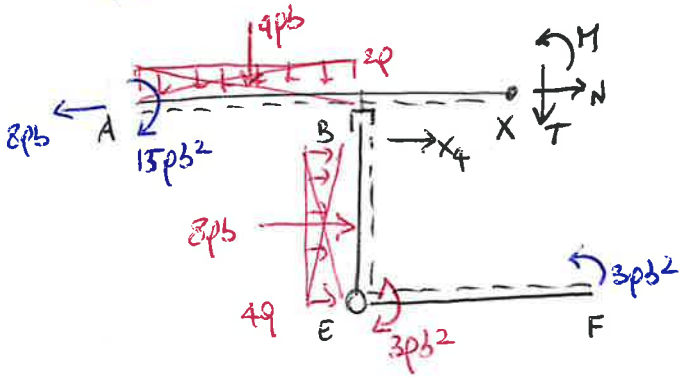
$\uparrow R_{\parallel} = 0 \quad \boxed{N(x_3) = 0}$

$\rightarrow R_{\perp} = 0 \quad 4q x_3 + T(x_3) = 0 \quad \boxed{T(x_3) = -4q x_3}$ $\begin{cases} T(x_3=0) = 0 \\ T(x_3=2b) = -4qb \end{cases}$

$\circlearrowleft M_t = 0 \quad 3pb^2 - 3pb^2 + 4q x_3 \cdot \frac{x_3}{2} + M(x_3) = 0$

$\boxed{M(x_3) = -2q x_3^2}$ $\begin{cases} M(x_3=0) = 0 \\ M(x_3=2b) = -8pb^2 \end{cases}$

(IV) $B \to C \qquad 0 < x_4 < b$



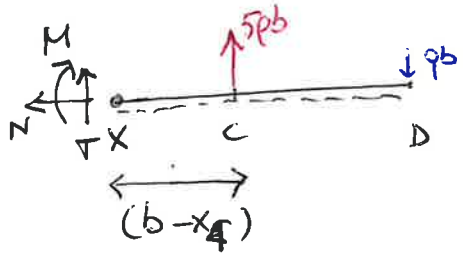
$\rightarrow R_{\parallel} = 0 \quad -8pb + 8pb + N(x_3) = 0 \quad \boxed{N(x_3) = 0}$

$\uparrow R_{\perp} = 0 \quad -4pb - T(x_3) = 0 \quad \boxed{T(x_3) = -4pb}$

$\circlearrowleft M_t = 0 \quad -15pb^2 + 4pb(b + x_4) + 8pb^2 - 3pb^2 + 3pb^2 + M(x_4) = 0$

$\boxed{M(x_4) = 3pb^2 - 4pb x_4}$ $\begin{cases} M(x_4=0) = 3pb^2 \\ M(x_4=b) = -pb^2 \end{cases}$

N.B. AVREMMO POTUTO CALCOLARE ANCHE A DESTRA DELLA CERNIERA:



$\rightarrow R_{\parallel} = 0 \quad \boxed{N(x_4) = 0}$

$\uparrow R_{\perp} = 0 \quad 5pb - pb + T(x_4) = 0 \quad \boxed{T(x_4) = -4pb}$

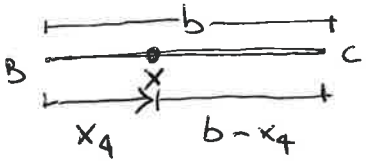
$\circlearrowleft M_t = 0 \quad 5pb(b - x_4) - pb[b + (b - x_4)] - M(x_4) = 0$

$5pb^2 - 5pb x_4 - pb^2 - pb^2 + pb x_4 - M(x_4) = 0$

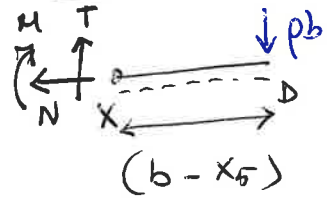
$\boxed{M(x_4) = 3pb^2 - 4pb x_4}$

OTTENENDO GLI STESSI RISULTATI (OVVIAMENTE!) TENENDO LA STESSA ASCISSA, SEMPRE ANDANDO SEMPRE DA $B \to C$

N.B.



(IV) C → D $0 < x_5 < b$



$\rightarrow R_{//} = 0$ $\quad N(x_5) = 0$

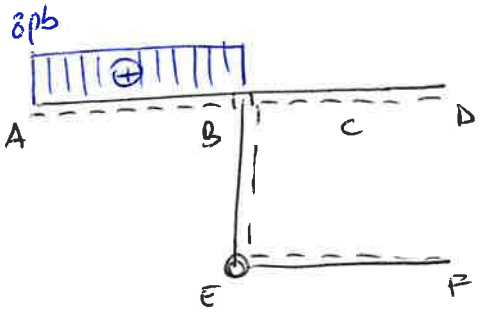
$\uparrow R_{\perp} = 0$ $\quad -qb + T(x_5) = 0$ $\quad T(x_5) = qb$

$\circlearrowleft M_t = 0$ $\quad -qb(b - x_5) - M(x_5) = 0$

$M(x_5) = -qb^2 + qbx_5$ $\quad \begin{cases} M(x_5 = 0) = -qb^2 \\ M(x_5 = b) = 0 \end{cases}$

DIAGRAMMI

N



$N_{AB} = 8qb$

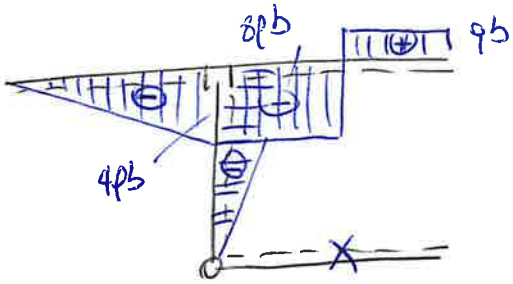
$N_{BC} = 0$

$N_{CD} = 0$

$N_{FE} = 0$

$N_{EB} = 0$

T



$T_{AB} = -2qx_1$

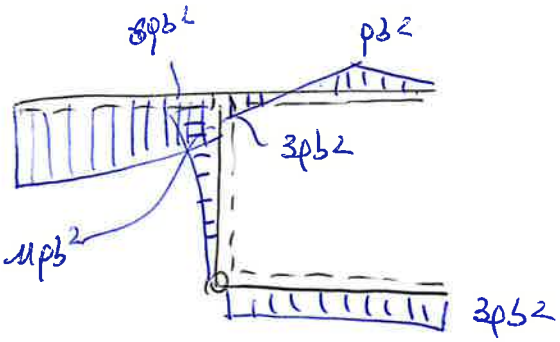
$T_{BC} = -4qb$

$T_{CD} = qb$

$T_{FE} = 0$

$T_{EB} = -4,9x_2$

M



$M_{AB} = 15qb^2 - qx_1^2$

$M_{BC} = 3qb^2 - 4qbx_4$

$M_{CD} = -qb^2 + qbx_5$

$M_{FE} = -3qb^2$

$M_{EB} = -2qx_2^2$

Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2022-2023

Prova scritta in aula del 07.02.2023

Parte I - Testo 1

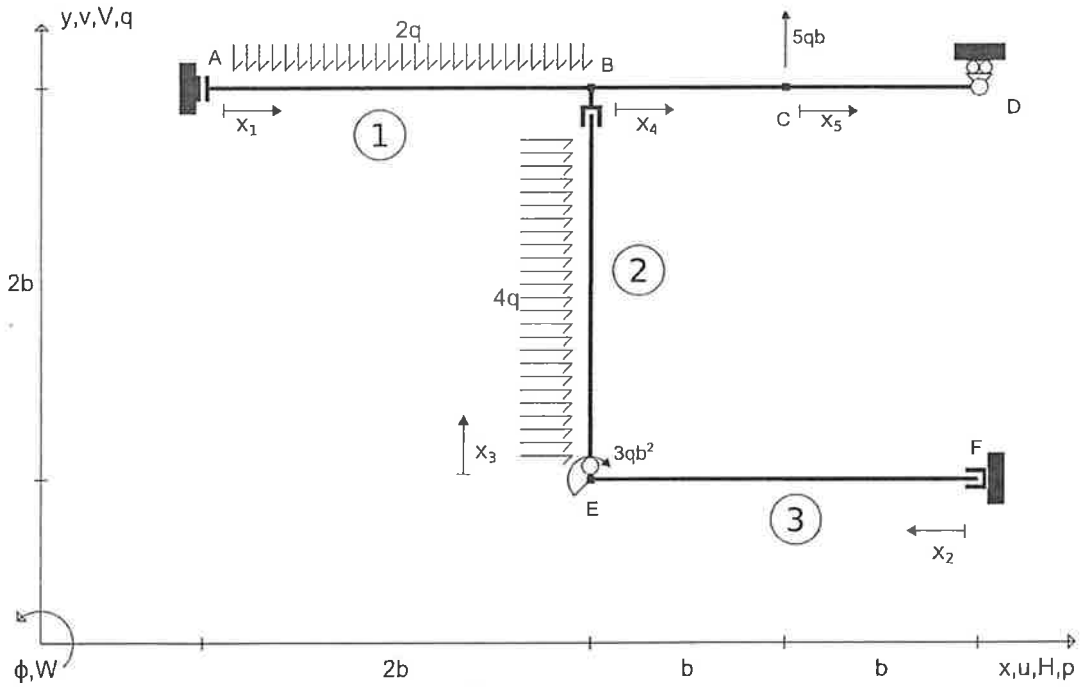
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

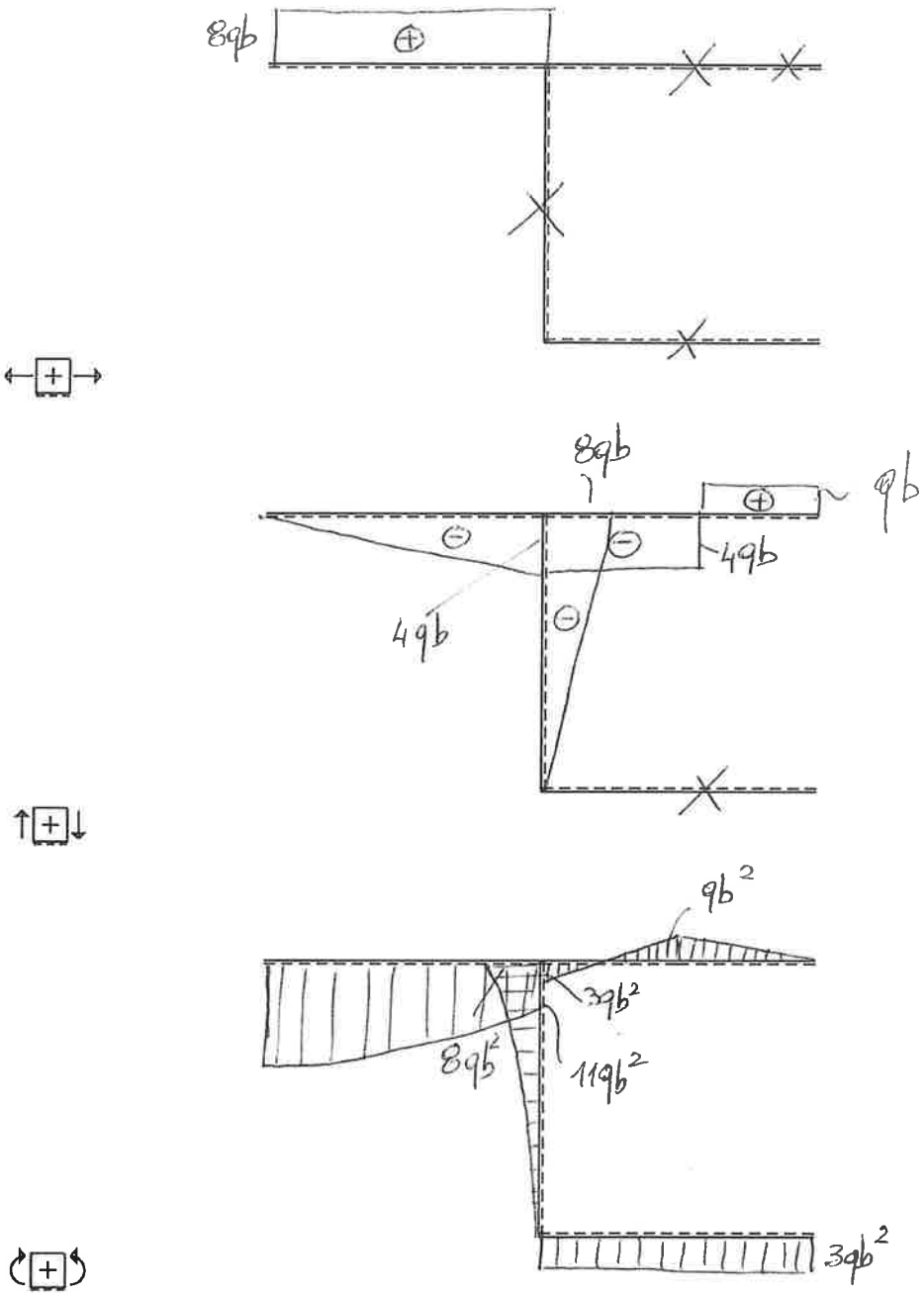
Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_SdA 07.02.23*001



Eq ausiliarie: $R_y^{②+③} = 0$; $M_{z(E)}^{③} = 0$

(oppure $R_y^{①} = 0$; $M_{z(E)}^{①+②} = 0$)



H_A (⇨) = $-8qb$; M_A (↺) = $-15qb^2$; V_D (⇧) = $-qb$; V_F (⇧) = 0; M_F (↺) = $3qb^2$;

N_{AB} = $8qb$; T_{AB} = $-2qx_1$; M_{AB} = $15qb^2 - qx_1^2$;

N_{BC} = 0 ; T_{BC} = $-4qb$; M_{BC} = $+3qb^2 - 4qbx_4$;

N_{CD} = 0 ; T_{CD} = qb ; M_{CD} = $-qb^2 + qbx_5$;

N_{FE} = 0 ; T_{FE} = 0 ; M_{FE} = $-3qb^2$;

N_{EB} = 0 ; T_{EB} = $-4qx_2$; M_{EB} = $-2qx_2^2$;