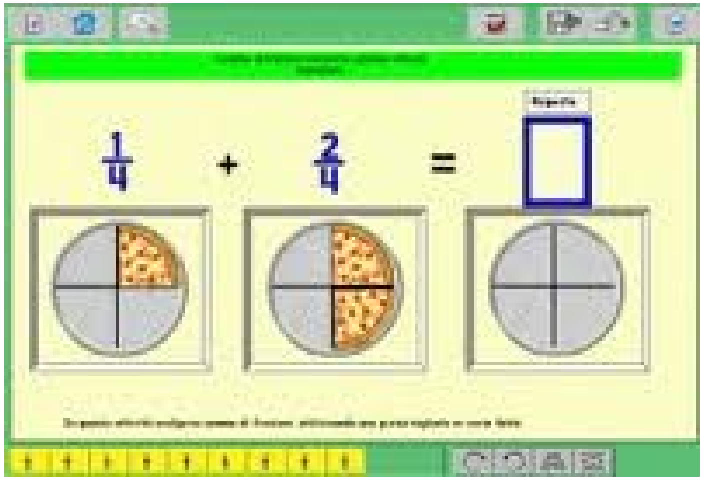
Il calcolo con le frazioni

Le quattro operazioni dai naturali ai razionali



Trasmettere regole o ampliare il senso del numero?

…La seconda che hai detto, naturalmente! Infatti:

- Le regole non aiutano il bambino a capire il significato delle operazioni
- Armati solo di regole, i bambini non sanno valutare se i risultati ottenuti hanno un senso
- Una padronanza apparente delle regole va presto perduta
- La miriade di regole sul calcolo delle frazioni diventa subito un guazzabuglio privo di senso
- Questo approccio alla matematica frustra il bambino

Devo fare il minimo comune multiplo o addizionare i numeri di sotto come nella moltiplicazione?

Quale numero inverto, il primo o il secondo?

Linee guida per il calcolo con le frazioni

Molto può essere lasciato alla scuola media! Molto, però, si può già fare:

1. Cominciare con problemi semplici di tipo contestuale
2. Collegare il significato del calcolo con le frazioni a quello delle operazioni su numeri naturali
3. Valorizzare le stime e i metodi informali per consentire lo sviluppo di strategie inventate
4. Usare modelli

Addizione: il mito del denominatore comune

- “Per sommare o sottrarre frazioni, bisogna prima ridurre a comune denominatore”
- FALSO. Occorrerebbe dire:
- “Per usare l’algoritmo tradizionale per la somma o la sottrazione di frazioni, bisogna prima ridurre a comune denominatore”

- SPESSO STRATEGIE INVENTATE SONO EGUALMENTE EFFICACI

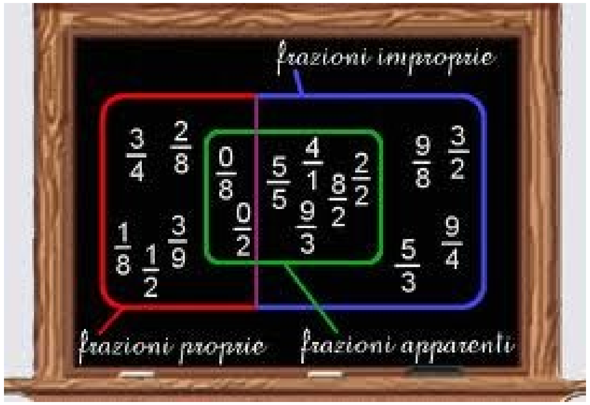
Addizione e sottrazione: approccio informale

ESEMPIO 7.2

a) Giovanni e Luigi hanno lo stesso tipo di auto. Tutti e due partono per la vacanza col serbatoio pieno di benzina, ma vanno in posti diversi. Quando arrivano, Giovanni ha consumato $\frac{5}{6}$ di serbatoio e Luigi metà serbatoio. La benzina che hanno consumato, tutti e due insieme, è più o meno di un serbatoio? Qual è la frazione che la rappresenta?

b) A Sara e Monica piacciono molto le gomme da masticare. Questa settimana, Sara ha mangiato $\frac{2}{5}$ di un pacchetto di gomme, mentre Monica ha mangiato $\frac{4}{3}$ di un pacchetto dello stesso tipo. Insieme, hanno mangiato più o meno di due pacchetti? Qual è la frazione che rappresenta la quantità di gomme che hanno mangiato?

c) Giovanni e Luigi hanno lo stesso tipo di auto. Giovanni ha il serbatoio pieno per $\frac{7}{8}$, mentre Luigi è rimasto a secco. Giovanni, per aiutare Luigi, travasa della benzina dal proprio serbatoio fino a riempire il serbatoio di Luigi per metà. Quanta benzina rimane a Giovanni?



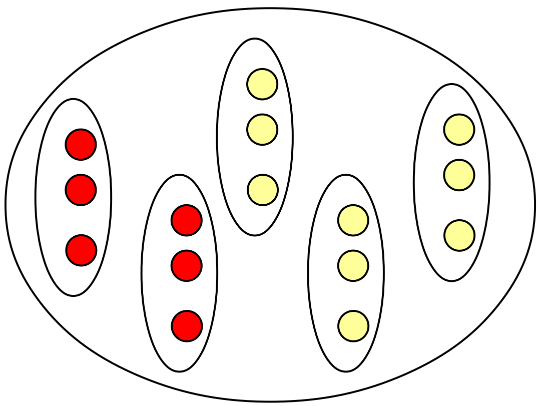
Addizione: approccio informale (1)

Modelli a striscia

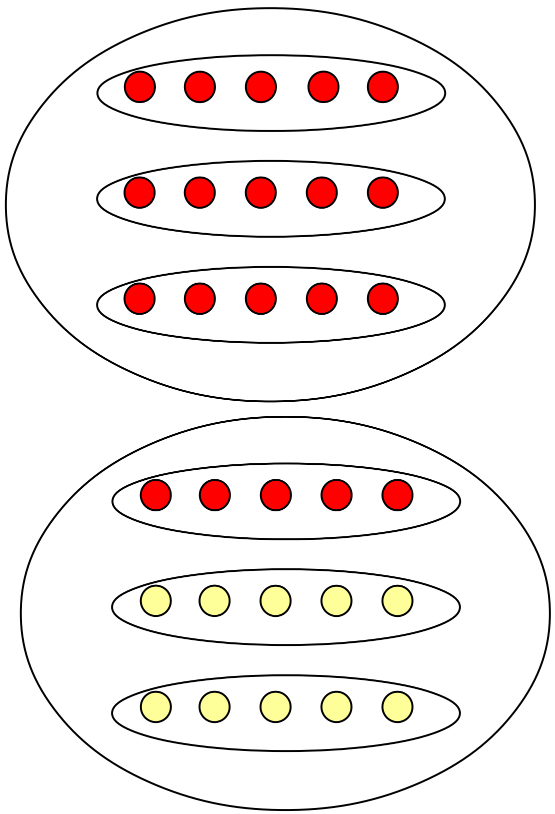
La somma è un intero più una striscia rossa. La striscia rossa è 1/3 dell'intero. Quindi 5/6 + ½ = 1 1/3.

Addizione: approccio informale (2)

Modelli insiemistici



2/5



4/3

2/5 + 4/3: quanto dev'essere grande l'insieme che usiamo per l'intero?

Come minimo, 15 gettoni

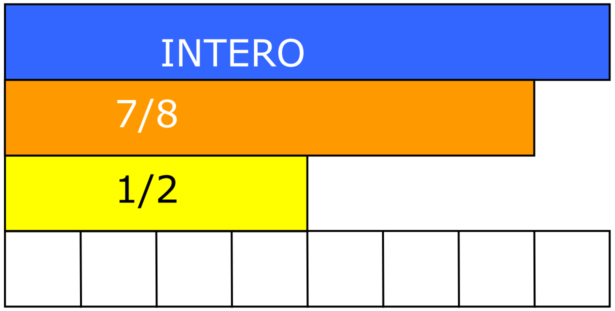
2/5 è 6 gettoni, 4/3 è 20 gettoni. Su un insieme di 15 gettoni, fa 26/15, o anche 1 11/15.

Sottrazione: approccio informale

Modelli a striscia

Trova una striscia che può essere divisa sia in ottavi che in mezzi

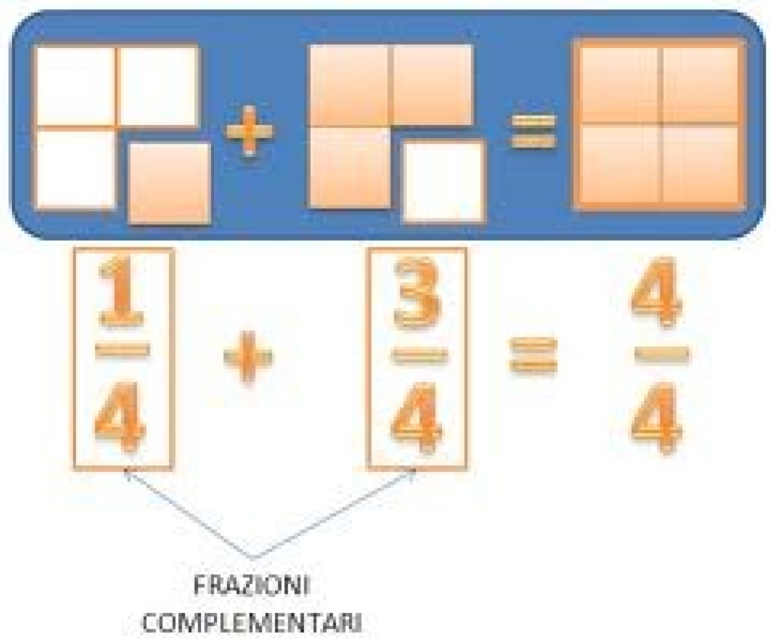
7/8 - 1/2



7/8 – ½ è la differenza tra un arancione e un giallo. Corrisponde a tre bianchi, ossia 3/8. Quindi 7/8 – ½ =3/8.

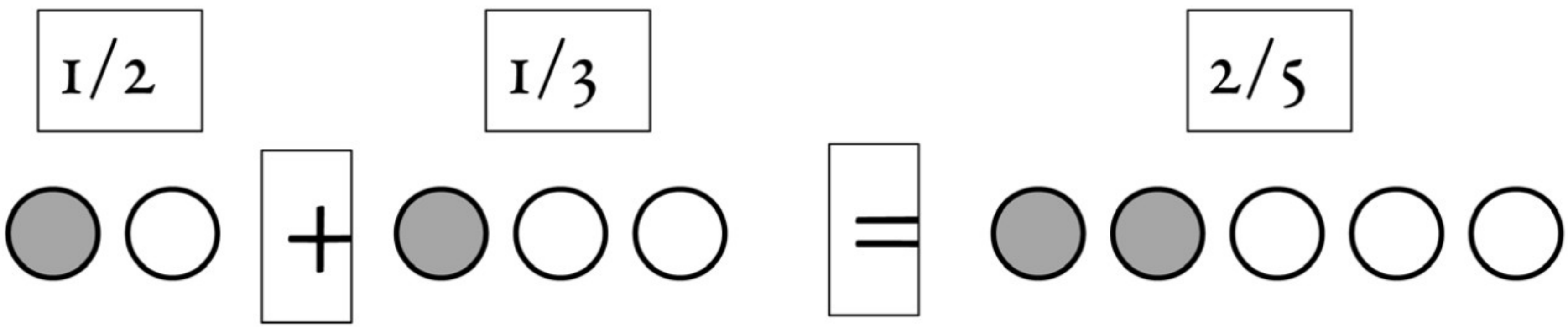
Addizione: l'algoritmo tradizionale

- Denominatori uguali
- Denominatori diversi
- Minimo comune multiplo



Addizione: il "metodo del mediante"

FIGURA 7.12
Possibile giustificazione della regola "Somma i numeratori e somma i denominatori"



Fonte: Van de Walle, Lovin (2006).

Moltiplicazione: approccio informale (1)

"Michele ha 15 macchinine. 2/3 di queste sono rosse. Quante macchinine rosse ha Michele?"

"Susanna ha 11 biscotti. Vuole dividerli con le sue tre amiche. Quanti biscotti toccheranno a ognuna?"

Trovare una parte frazionaria di un numero intero è come trovare una parte frazionaria di un intero.

PRIMO PROBLEMA: le 15 macchinine sono l'intero e ne vogliamo 2/3. Troviamo i terzi dividendo 15 per 3 e poi ne contiamo 2.

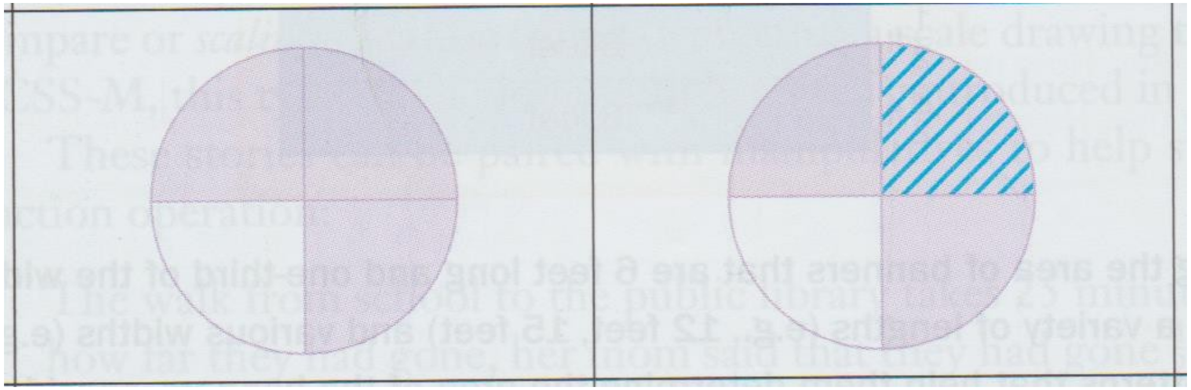
SECONDO PROBLEMA: gli 11 biscotti sono l'intero e ne vogliamo ¼. I biscotti possono essere spezzati, il che rende possibile una soluzione.

Moltiplicazione: approccio informale (2)

"Ti sono rimasti ¾ di una pizza. Se dai a tuo fratello 1/3 dell'avanzo, che parte di una pizza intera toccherà a tuo fratello?"

Le parti frazionarie in questo problema non devono essere ulteriormente suddivise! Si chiede di trovare 1/3 di tre cose.

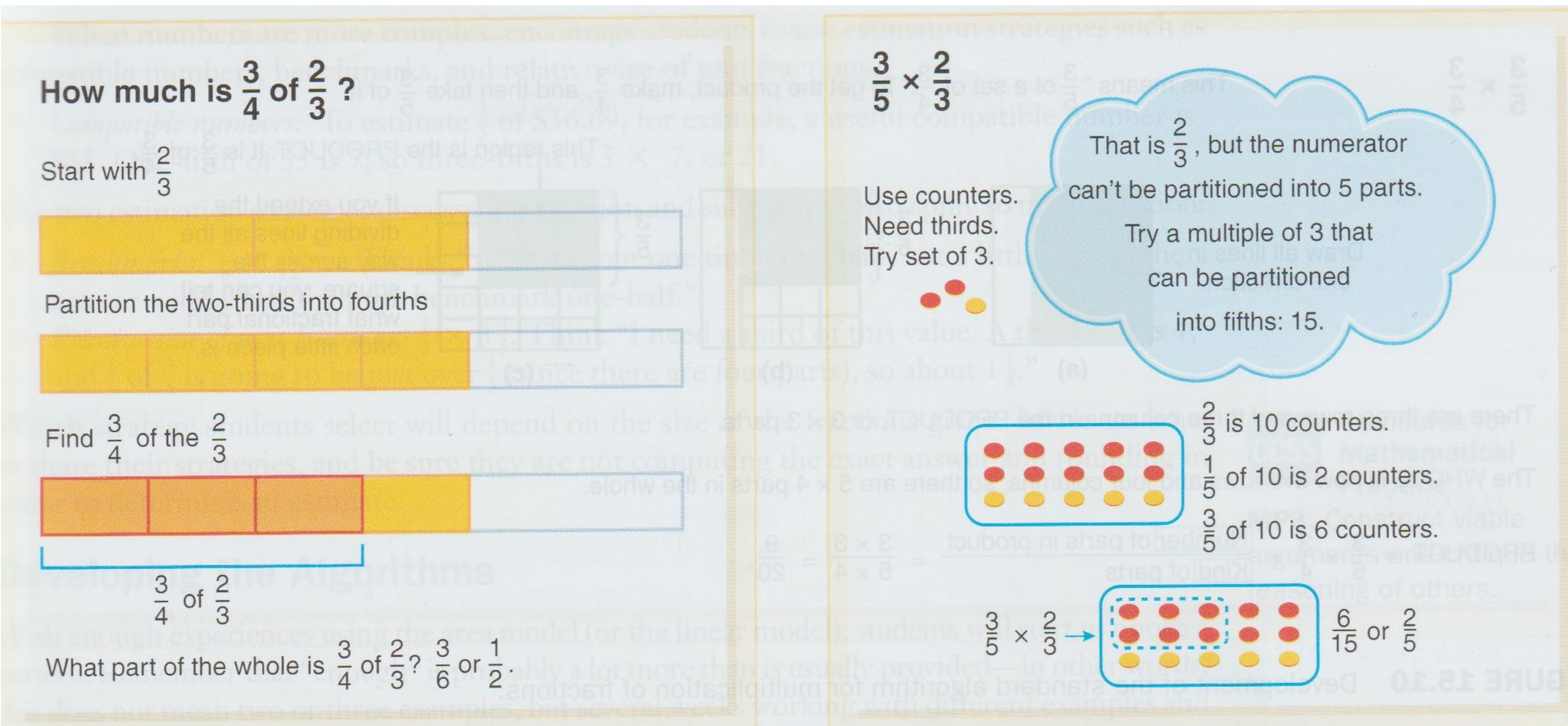
E' importante lasciare i bambini liberi di risolvere il problema usando le strategie e i modelli che preferiscono, purché giustifichino i loro ragionamenti.



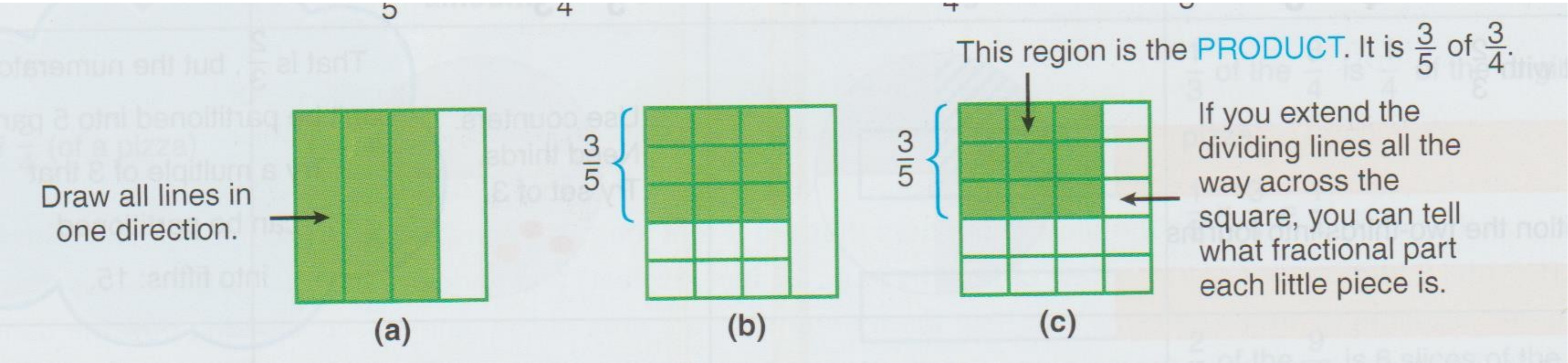
Moltiplicazione: approccio informale (3)

"A Giacomo rimangono da pitturare 2/3 della parete. Dopo pranzo, pittura ¾ di quello che gli rimaneva. Che parte dell'intera parete ha pitturato Giacomo dopo pranzo?"

"Il guardiano di uno zoo ha un'enorme bottiglia di una bibita per animali. La scimmia ne beve 1/3, la zebra beve 3/5 del rimanente. Che parte dell'intera bottiglia ha bevuto la zebra?"



Moltiplicazione: l'algoritmo tradizionale



3/5 x ¾: bisogna trovare i 3/5 della regione verde. Suddividiamola in quinti mediante linee orizzontali e poi suddividiamo in quinti l'intero rettangolo.

Il prodotto dei denominatori ci dice quante parti (quadratini) ci sono nell'intero

Il prodotto dei numeratori ci dice quante parti (quadratini) ci sono nella parte che vogliamo considerare (l'area verde)

Moltiplicazione: numero intero grande per numero frazionario

- In molti contesti di vita reale, si moltiplicano numeri interi grandi per numeri frazionari
- Es. uno sconto del 60% su un prezzo di 350 Euro è uno sconto di 3/5 sul medesimo prezzo
- Pensare al significato di numeratore e denominatore:
- Contiamo quinti, cioè parti frazionarie da 70 Euro
- Ne contiamo tre, ossia in totale 210 Euro

Divisione di frazioni: divisione di partizione

"Elisabetta ha comprato tre chili e 1/3 di pomodori e li ha pagati E. 2.50. Quanto ha pagato al chilo?"

In 3 1/3 ci sono dieci terzi, e il prezzo di 2.50 Euro va distribuito uniformemente su tutti e dieci

Quindi un terzo del prezzo vale 25 centesimi (2.50 : 10)

Ma devo trovare l'intero prezzo, quindi devo moltiplicare per tre: 75 centesimi

Divisione di frazioni: divisione di contenenza

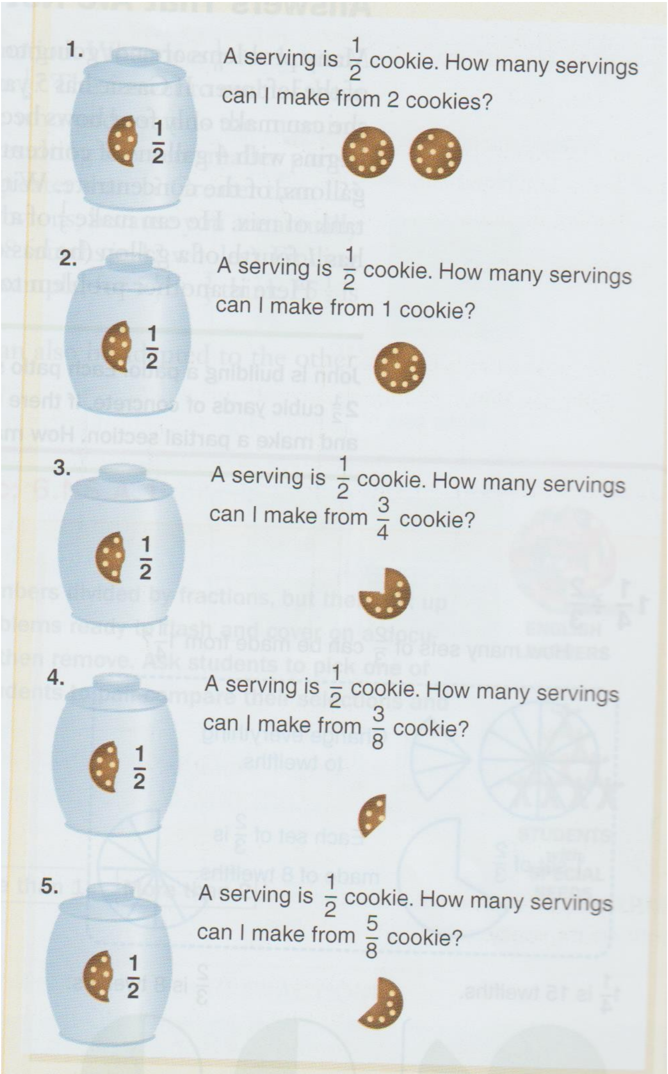
"Giovanni ha 6 litri di coca-cola. Se serve ¾ di litro a ognuno dei suoi ospiti, quanti ospiti può servire?"

Riformulare il problema con numeri interi (6 litri, 2 litri a ciascun ospite)

I bambini capiranno la necessità di fare una divisione

I 6 litri vanno distribuiti uniformemente sui tre quarti di litro: 2 litri per ciascun quarto

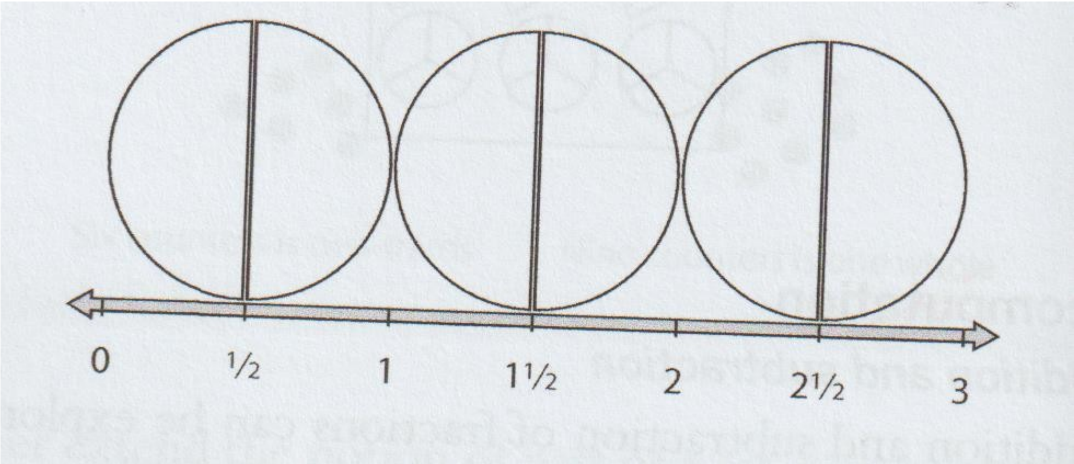
Determinare la soluzione a questo problema equivale a determinare quanti insiemi di ¾ sono contenuti in un insieme di 6 oggetti



Moltiplicare e dividere per frazioni minori di 1

$6 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 6$

Se aggiungo ½ a se stesso 6 volte, cosa ottengo? Se aggiungo il 6 a se stesso mezza volta, cosa ottengo?



$6 : \frac{1}{2}$

Quante metà ci stanno in 6 interi? Se percorro la linea dei numeri per "mezzi salti", quanti mezzi salti ci vorranno per arrivare a 6?