Esercizi su derivate e teoremi del calcolo differenziale

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni

$f(x) = (\sqrt{x})\ln(1+x^2)$ $\quad f(x) = x\,lnx - x^2$ $\quad f(x) = 3e^{2x}(senx)$

$f(x) = 3xsenx - (x-2)cosx$ $\quad f(x) = x\,ln^2x - x^2cos^2x$

$f(x) = xe^x lnx$ $\quad f(x) = x\,senx\,cosx$ $\quad f(x) = \ln(x+3)^3$

$f(x) = arctg(x^2-1)$ $\quad f(x) = x\,arctg\left(\frac{1}{x}\right)$ $\quad f(x) = x\,arcsen(x^2)$

$f(x) = \frac{senx\,cosx}{1+senx}$ $\quad f(x) = \frac{1+lnx}{1-lnx}$ $\quad f(x) = \frac{x^2-lnx}{2x}$

$f(x) = \frac{x-cosx}{senx}$ $\quad f(x) = \frac{x^2-4x}{xlnx}$ $\quad f(x) = \frac{x(lnx-1)}{x^2-1}$

$f(x) = \frac{1+cos^2x}{senx}$ $\quad f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{2x+1}$ $\quad f(x) = \frac{e^x+1}{e^x-1}$

$f(x) = 2sen3x$ $\quad f(x) = \frac{1}{2}e^{x^2}$ $\quad f(x) = (3x^2-2)^3$

$f(x) = 4\ln(x^2+3)$ $\quad f(x) = \sqrt{x^2+3}$ $\quad f(x) = \sqrt{e^x}$

$f(x) = 3sen^2x + \frac{1}{x^2}$ $\quad f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+3}}$ $\quad f(x) = \frac{1}{ln^2x}$

$f(x) = \sqrt[3]{cosx}$ $\quad f(x) = x\sqrt{ln^3x} + 5$ $\quad f(x) = sen^2x\,ln\frac{x}{2}$

$f(x) = ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ $\quad f(x) = \frac{2\ln(1-x^2)}{x}$ $\quad f(x) = \sqrt[3]{x^2-1}$

$f(x) = \left(3\sqrt{x}-4\right)^2$ $\quad f(x) = \frac{x^3}{(x^2+1)^2}$ $\quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{tgx}}$

$f(x) = \frac{\sqrt[3]{2x}}{e^{x^2}}$ $\quad f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}ln^3x$ $\quad f(x) = \ln(cos\sqrt{x^2+1})$

$f(x) = arctg\frac{1}{x^2}$

$f(x) = x^{2x+1}$ $\quad f(x) = (x^2+1)^{3x^2}$ $\quad f(x) = senx^x$

Scrivere l'equazione della retta tangente alla funzione *f(x)* nel punto x_0

$f(x) = \sqrt{x^2+3}$ $\quad x_0 = 1$

$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ $\quad x_0 = -1$

$f(x) = \sqrt[3]{cosx}$ $\quad x_0 = 0$

$f(x) = \frac{e^x+1}{e^x-1}$ $\quad x_0 = 0$

$f(x) = 2senx$ $\quad x_0 = \frac{\pi}{3}$

Determinare i punti di massimo, minimo e flesso per le seguenti funzioni

$f(x) = \frac{x-3}{(x+1)^3}$ $\quad f(x) = x - arctg2x$ $\quad f(x) = \frac{senx}{1-cosx}$

$f(x) = e^{2x} - 2e^x$ $\quad f(x) = 2x^2 lnx$ $\quad f(x) = x^3 - 4x$

$f(x) = e^{\frac{x-1}{x+2}}$ $\quad f(x) = 2x\sqrt{x+1}$ $\quad f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x+1}}$

Dire per quali valori di a e b la funzione è continua e derivabile:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2ax + 2b & per\ x \leq 1 \\ 2x + a & per\ x > 1 \end{cases} \qquad f(x) = \begin{cases} 3e^{ax^2} - 2b & per\ x \geq 0 \\ ax^2 + b & per\ x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} artg\left(\frac{1}{x}\right) & per\ x > 0 \\ ax^2 - bx - c & per\ x \leq 0 \end{cases}$$

Data la funzione dire se sono verificate le ipotesi del teorema di Rolle ed eventualmente determinare i valori di x che soddisfano il teorema.

$f(x) = -x^4 + 2x^2 + 3$ $\quad x \in [-3, 3]$

$f(x) = 2cosx$ $\quad x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{7}{4}\pi\right]$

$f(x) = 2x^4 - x^2 + 1$ $\quad x \in [-2; 2]$

$f(x) = \frac{x}{x^2+4}$ $\quad x \in [1; 4]$

$f(x) = senx - \sqrt{3}cosx + \sqrt{3}$ $\quad x \in \left[\frac{2}{3}\pi; \pi\right]$

$f(x) = |x^2 - 1|$ $\quad x \in \left[0; \sqrt{2}\right]$

$$f(x) = 2 + \sqrt{4 - x^2} \qquad x \in [-2; 2]$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & per\ x \leq 1 \\ -2x^2 + 8x - 3 & per\ x > 1 \end{cases} \qquad x \in [-3; 3]$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & per\ x < 1 \\ -x^2 + 5 & per\ x \geq 1 \end{cases} \qquad x \in [0; 2]$$

Data la funzione dire se sono verificate le ipotesi del teorema di Lagrange ed eventualmente determinare i valori di x che soddisfano il teorema.

$$f(x) = \frac{4}{x^2 - x} \qquad x \in \left[-\frac{1}{2}, 2\right]$$

$$f(x) = (2x - 3)^3 \qquad x \in \left[0, \ \frac{3}{2}\right]$$

$$f(x) = \frac{2x}{x+1} \qquad x \in [1, \ 3]$$

$$f(x) = \sqrt{x} \qquad x \in [4, \ 9]$$

$$f(x) = \frac{x^2+1}{2x+1} \qquad x \in [2, \ 3]$$

$$f(x) = x^2 + |x| \qquad x \in [-1, \ 2]$$

$$f(x) = e^{\frac{x^2-1}{x+3}} \qquad x \in [-1,1]$$

$$f(x) = arctg(1 + x^2) \qquad x \in [-2,2]$$

Determinare i valori di a e b in modo tale che siano soddisfatte le ipotesi del teorema di Lagrange

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + bx - a & per\ x \leq 0 \\ x - 2b & per\ x > 0 \end{cases} \qquad f(x) = \begin{cases} e^x & per\ x \geq 0 \\ x^2 - ax - b & per\ x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} lnx + 1 & per\ x \geq 1 \\ \frac{ax^2-1}{x+b} & per\ x < 1 \end{cases} \qquad f(x) = \begin{cases} e^{2x-a} & per\ x \geq 2 \\ -\frac{b}{x-4} - 3 & per\ x < 2 \end{cases}$$

Applicando il teorema di De l'Hopital calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-cos3x}{4x^2} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{3x\ tgx}{cos2x-1} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{senx-tgx}{3x^2} \qquad \lim_{x\to 0^+}\frac{1-cos\sqrt{x}-sen\sqrt{x}}{2x}$$

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{sen\left(\frac{1}{x}\right)}{1-e^{\frac{1}{x}}} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{3(e^x-1)}{4\ln(x+1)} \qquad \lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x^2-3x} \qquad \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{senx-cosx}{tgx-1}$$

$$\lim_{x\to 6}\frac{2-\sqrt{x-2}}{x^2-5x-6} \qquad \lim_{x\to 0}\sqrt{\frac{1-cosx}{2x}} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{1-cosx} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{x+arctgx}{arcsenx}$$

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{x^3-2x}{lnx} \qquad \lim_{x\to +\infty}\frac{e^{x^2}}{e^x+x^2} \qquad \lim_{x\to -1^+}\frac{e^{\frac{1}{x+1}}}{\ln(x+1)} \qquad \lim_{x\to +\infty}\frac{\sqrt{2x-3}+5x}{\sqrt[3]{x^3}-1}$$

$$\lim_{x\to 1^-}(x-1)\ln(1-x) \qquad \lim_{x\to +\infty}(x^3+x)\,\mathrm{e}^{-x} \qquad \lim_{x\to 1^+}\left(\frac{1}{x-1}\right)^{\sqrt{x}-1}$$

$$\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)^x \qquad \lim_{x\to 0^+} lnx\cdot arsenx \qquad \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} tgx^{cosx}$$