

ESERCITAZIONE N. 1: FUNZIONI E LORO PROPRIETÀ
ANALISI MATEMATICA 1 - A.A. 2023/2024

FRANCESCO CANNAS AGHEDU

(1) Per ogni funzione calcola, se esistono, i valori indicati a fianco

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x}}; \quad f(0), f(-1), f(4); \quad f(x) = \frac{x - 4}{\sqrt{\ln x}}; \quad f(4), f(1), f(e)$$

(2) Data la funzione $f(x) = 3^{x+1} + 1$, calcola l'immagine di 0 e la controimmagine di 2.

(3) Disegna il grafico delle seguenti funzioni.

(a)

$$f(x) = 2x + 3$$

(b)

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

(c)

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

(d)

$$f(x) = 1 + \ln x$$

(e)

$$f(x) = e^x - 1$$

(f)

$$f(x) = 2 \sin x$$

(g)

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } 0 < x < 1 \\ 1 & \text{se } 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

(h)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 4 & \text{se } x < -2 \\ x^2 - 1 & \text{se } -2 \leq x < 2 \\ 3 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

(4) Fai un esempio di funzione pari, di funzione dispari e di funzione né pari né dispari.

(5) Determina il dominio, studia la parità/disparità, le intersezioni con gli assi e il segno delle seguenti funzioni. Rappresenta nel piano cartesiano le zone in cui si trova il grafico.

(a)

$$f(x) = \frac{x + 1}{x - 2}$$

(b)

$$f(x) = \frac{2x^3 + 9}{x - 3}$$

(c)

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4}$$

(d)

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 9}$$

(e)

$$f(x) = \frac{4x^2 - 3}{2x + 1}$$

(f)

$$f(x) = \frac{4x^2 + 1}{4 - 4x^2}$$

(g)

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 + 7x}$$

(h)

$$f(x) = \sqrt{\frac{x + 1}{x - 1}}$$

(i)	$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 3}$	(r)	$(x) = \frac{\ln x}{\ln x - 1}$
(j)	$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 4}$	(s)	$f(x) = \frac{\sqrt{x - 1}}{\ln(x^2 - 3)}$
(k)	$f(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x^2 - x}}$	(t)	$f(x) = \frac{1}{ x - 1 - 3}$
(l)	$f(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x}}$	(u)	$f(x) = \frac{e^{\sqrt{1-x^2}}}{ x - 1}$
(m)	$f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^2 - 9}}$	(v)	$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - x - 12}{ x - 6}}$
(n)	$f(x) = \frac{2e^x + 4}{e^x - 1}$	(w)	$f(x) = \sin x e^{\sin x}$ in $[0, 2\pi]$
(o)	$f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$	(x)	$f(x) = \arctan\left(\frac{x}{x - 1}\right)$
(p)	$f(x) = \ln\left(\frac{x + 1}{x - 1}\right)$	(y)	$f(x) = \arctan\left(\frac{1}{x^2 - 4}\right)$
(q)	$f(x) = \ln\left(1 - \frac{2}{x}\right)$	(z)	$f(x) = \arcsin \sqrt{2x - x^2}$

(6) Per ogni coppia di funzioni f e g determina $f \circ g$ e $g \circ f$ negli opportuni domini.

- (a) $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $g(x) = 8x^3 - 8$;
 (b) $f(x) = \ln x$, $g(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$;
 (c) $f(x) = e^{x^2}$, $g(x) = x + 2$.

(7) Per ognuna delle funzioni rappresentate in Figura 1:

- (a) determina il dominio, l'immagine, il segno e gli zeri;
 (b) indica in quali intervalli del dominio la funzione è monotona crescente;
 (c) indica se è una funzione pari, dispari oppure né pari né dispari;

(8) Determina l'espressione analitica della funzione inversa delle seguenti funzioni:

- (a) $f(x) = \sqrt{10 - 3x}$;
 (b) $g(x) = \ln(x + 3)$;
 (c) $h(x) = \arctan(2x - 1)$;
 (d) $t(x) = 2 - x^3$.

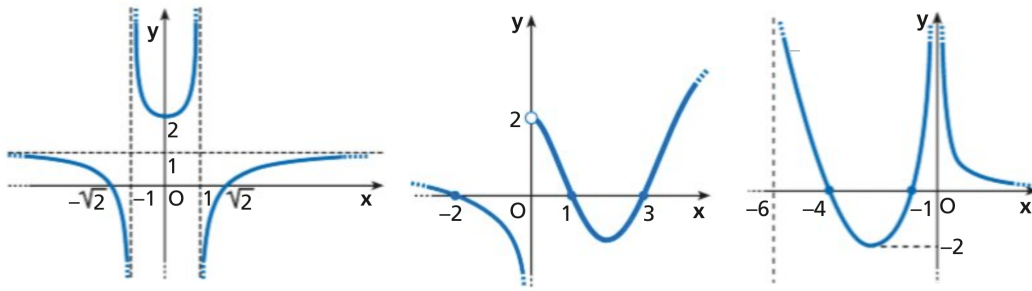


FIGURA 1.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] Bergamini M., Barozzi G., Trifone A. **Matematica.verde 4A**. Zanichelli (2022)
- [2] Bergamini M., Barozzi G., Trifone A. **Matematica.verde 4B**. Zanichelli (2022)
- [3] Conti M., Ferrario D. L., Terracini S., Verzini G. **Analisi matematica. Dal calcolo all'analisi, Vol 1**. Apogeo (2006)
- [4] Doderò N., Baroncini P., Manfredi R. **Lineamenti di Matematica B**. Ghisetti e Corvi editori (1999)
- [5] Marcellini P., Sbordone C. **Elementi di Analisi Matematica 1**. Liguori Editore (2016)
- [6] Marcellini P., Sbordone C. **Esercitazioni di Matematica. Primo volume, parte prima**. Liguori Editore (1987)
- [7] Marcellini P., Sbordone C. **Esercitazioni di Matematica. Secondo volume, parte prima**. Liguori Editore (1989)

INGEGNERIA DELL'ENERGIA ELETTRICA PER LO SVILUPPO SOSTENIBILE, UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI

Email address: francesco.cannasa@unica.it