

Misconcezioni e geometria (Sbaragli, 2005)

• *Immagina di spiegare ad un tuo compagno che cos'è un punto in matematica. Tu che cosa gli diresti?*

Ora spiegalo ad un bambino di tot anni

◆ I risultati avuti nella scuola dell'infanzia rivelano che bambini di 4-5 anni possiedono già le prime idee intuitive relative a questi concetti, convinzioni che possono rappresentare anche la base di futuri misconcetti. Tanto per fare un esempio la maggior parte dei bambini associa al punto matematico il segno grafico che si ottiene con la penna e risponde con frasi del tipo:

«Sono le macchine» (Loris, 4 anni)

«Sono dei puntini piccoli e grossi» (Andrea, 5 anni)



Misconcezioni e geometria (Sbaragli, 2005)

I bambini forniscono risposte del tipo:

«Il punto in matematica secondo me è una cosa importante. Ma per me può significare tre cose:

a) il punto in un numero grande tipo 143.965.270.890 in un numero così i punti servono per riuscire a leggere il numero;

b) c'è qualcuno che al posto del \times usa il punto esempio $144 \cdot 5 = 620$ in questa moltiplicazione il punto serve per abbreviare;

c) qualcun altro invece usa il punto come virgola, esempio 194,6 o 194.6

Secondo me il modo più utile è il numero 1» (Quinta elementare)

Commento dell'insegnante: *«Questo (intendendo il bambino che ha scritto il TEP sopra riportato) ha individuato bene il punto in matematica. Se si chiedeva in geometria era un'altra cosa, ma in matematica ha ragione lui: è questo il punto».*

Tra i pochi bambini degli ultimi anni di scuola elementare che scelgono l'ambito geometrico, si rintracciano le diffuse misconcezioni legate alla rappresentazione del punto:

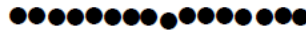
«Gli direi che il punto è un'elemento piccolo, rotondo, d'inizio e fine a una retta» (Quinta elementare).

Commento dell'insegnante: *«Se intende il punto della geometria, allora va bene quello che dice, l'ha spiegato nei dettagli, ma la domanda riguardava il punto in matematica».* Rivelando così misconcezioni relative al punto e distorte idee relative alla matematica.

Misconcezioni e geometria (Sbaragli, 2005)

In una quarta elementare di Rescaldina (MI), dopo aver rivolto ai bambini la seguente domanda volutamente ambigua: «*Quanto è “grande” un punto matematico?*», si sono avute le seguenti risposte: «*Un punto può essere grande dal tipo di pennarello perché è di tante misure*»; «*Per me il punto può essere una cosa grandissima o microscopico perché è come un cerchio di diverse misure*»; «*Dipende da come lo costruisci*»; «*Secondo me il punto è grande in base a cosa lo riferisci. Se lo riferisci a un atomo è grandissimo. Se lo riferisci ad un armadio è piccolissimo*».

Ancora: «*La retta è un insieme di punti uniti l'uno con l'altro in modo da stare diritti*»
(Seconda Liceo Scientifico)



Commento dell'insegnante: «*Questa per me va bene, la accetterei perché si vede che ha capito che cosa si intende per retta, anche se usa termini un po' impropri*».

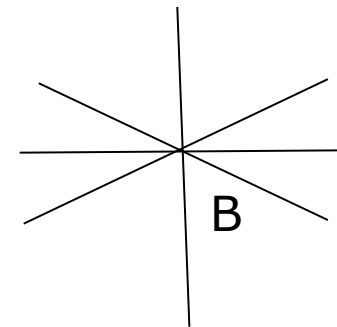
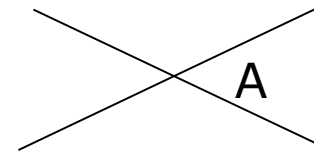
modelli erronei posseduti dagli insegnanti stessi. G.: «*Sono trent'anni che dico ai miei bambini che il punto è quello che si disegna con la matita, non potrò cambiare adesso. E poi ritengo che sia proprio questo il vero significato di punto. Perché, non è più così?*»

I concetti figurali...

- **Condividono con i concetti**
- Le proprietà di astrattezza, generalità, perfezione, stabilità
- Il fatto che le loro caratteristiche sono interamente determinate dalla definizione e dai postulati della teoria formale in cui sono inseriti
- **Condividono con le immagini mentali**
- Le proprietà spaziali (forma, posizione, grandezza)
- **Differiscono dai disegni perché**
- Un disegno è un modello materiale e concreto, un concetto figurale è un oggetto mentale astratto
- Un disegno è specifico, un concetto figurale è sempre generale
- Un disegno ha proprietà sensoriali non spaziali (ad es. il colore), in un concetto figurale si astrae da queste proprietà.

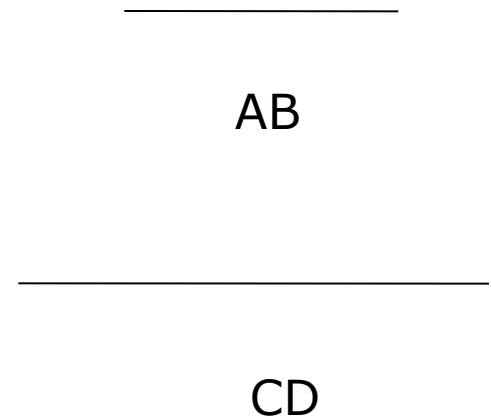
E' piu grande il punto A o il punto B?

Classe	Non risponde	Punto B	Uguali
II P	68%	6%	7%
III P	40%	45,7%	2%
IV P	12,3%	50,9%	27,3%
V P	20%	40%	28,8%
I M	20%	20%	45,4%



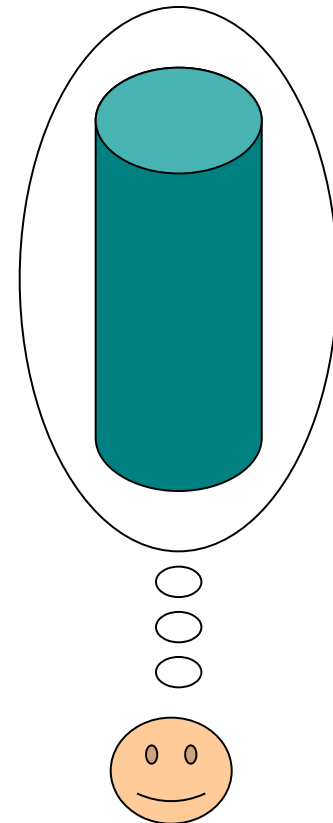
Ci sono più punti in AB o in CD?

Gli allievi che rispondono “In CD” sono sviati dal fatto che un punto, pur essendo concettualmente un’entità adimensionale, acquista nella sua rappresentazione figurale una realtà bidimensionale (è visto come una “piccolissima macchia”)



Obiettivi per l'apprendimento della geometria

- *Senso spaziale*
 - Può essere definito come l'intuizione sulle figure e sulle relazioni tra di esse
 - Capacità di visualizzare oggetti, compiere trasformazioni mentali su di essi, individuare forme geometriche in natura e nell'arte
- *Contenuti geometrici*
 - Figure e proprietà
 - Trasformazioni
 - Localizzazione
 - Visualizzazione



La gerarchia dei van Hiele

0. Visualizzazione

Gli alunni riconoscono le figure in base alle loro caratteristiche visuospatiali globali: figure “a punta”, “grasse” ecc.

1. Analisi

Gli alunni riconoscono le figure in base alle loro proprietà: cosa rende un rettangolo un rettangolo?

2. Deduzione informale

Gli alunni riconoscono le figure in base alle loro definizioni. Iniziano a percepire la necessità di dimostrazioni.

3. Deduzione

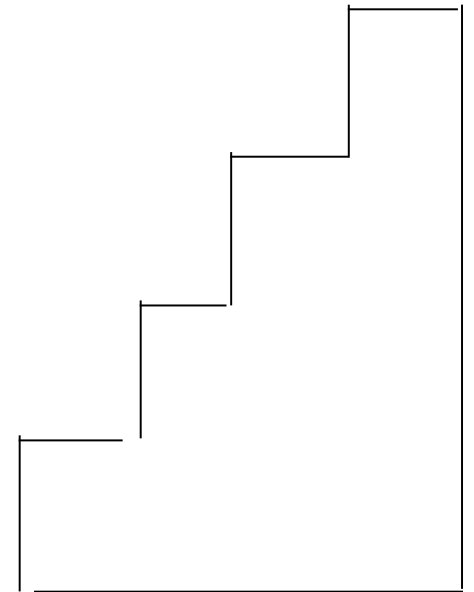
Gli alunni si sanno muovere all'interno di un sistema assiomatico deduttivo per la geometria

4. Rigore

Gli alunni sanno confrontare tra loro e ragionare su diversi sistemi assiomatici deduttivi per la geometria

Caratteristiche dei livelli

1. I livelli sono sequenziali
2. I livelli non dipendono dall'età
(diversamente dagli stadi piagetiani)
3. L'avanzamento dipende dalle attività
di insegnamento-apprendimento
(diversamente dagli stadi piagetiani)
4. Uno degli obiettivi dell'educazione
matematica nella scuola primaria è
preparare l'avanzamento dai livelli 0 e
1 al livello 2.



Quali attività per ciascun livello?

- **Attività appropriate per il livello 0:**
 - Classificazione di figure, riconoscimento di proprietà comuni. L'accento deve passare da proprietà non geometriche (la figura è "grassa", "verde" ecc.) a proprietà geometriche
 - Devono includere molti esempi diversi in modo da non focalizzare l'attenzione su caratteristiche irrilevanti.
- **Attività appropriate per il livello 1:**
 - Si concentrano più sulle proprietà delle figure che sulla loro identificazione
 - applicano i concetti a intere classi di figure (es. tutti i rettangoli, tutti i prismi) piuttosto che a singoli esempi; analizzano classi di figure per determinare nuove proprietà.

Attività di livello 0: tipi di figure

- Ogni alunno sceglie una figura a caso e dice qualcosa su di essa
- Ogni alunno sceglie due figure a caso e osserva una somiglianza e una differenza
- Il gruppo sceglie una figura a caso e la piazza al centro del tavolo; poi trova le figure che hanno in comune con essa una specifica proprietà (es. un lato curvo e un lato dritto)
- Data una proprietà, gli alunni disegnano una loro figura con quella proprietà
- Un gruppo inventa una “proprietà segreta” e disegna cinque figure con quella proprietà. Gli altri indovino la regola

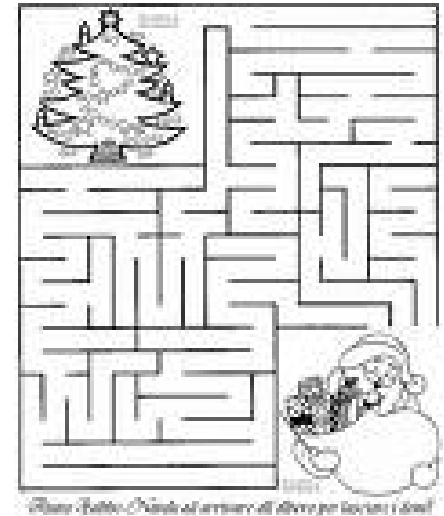


Attività di livello 0: la figura segreta

- A un bambino viene consegnata una busta con una “figura segreta”, uguale a una delle figure in un insieme prefissato
- Gli altri gli fanno domande “sì-no” sulla figura segreta e cercano di indovinare quale sia, restringendo le possibilità all’interno dell’insieme

Percorsi: indicazioni generali

- I percorsi andrebbero fatti in un contesto significativo, narrativo o ludico, coinvolgendo i bambini nella loro predisposizione.
- E' opportuno far precedere la rappresentazione 2D (mappa) da una rappresentazione 3D (plastico).
- Si può fare anche l'esercizio inverso: dal plastico al percorso reale.



Abilità stimolate dalla costruzione di plastici

- Localizzazione di oggetti nello spazio;
- Organizzazione dell'ambiente circostante;
- Orientamento spaziale;
- Progettazione e problem solving;
- Riconoscimento delle principali relazioni spaziali (sopra-sotto, davanti-dietro, vicino-lontano...);
- Primo approccio alla misura.



Giochi in 3D: giochi con i cubetti

- Giochi liberi;
- Costruzione di oggetti o figure;
- Dal progetto alla costruzione;
- Dalla costruzione al progetto;
- Giochi “da diversi punti di vista”.



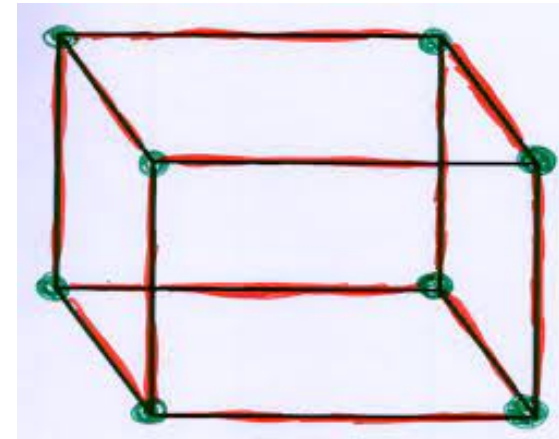
Giochi topologici ...ovvero la geometria del foglio di gomma

- Obiettivo: vedere quali proprietà di una figura rimangono invariate in seguito a uno stiramento elastico.
- **La gomma va usata concretamente: solo un adulto è in grado di immaginare l'effetto di una trasformazione topologica.**
- Perché non in 3D? Gommapiuma, antistress, pongo...



Giochi in 3D con materiali comuni

- Gioco libero;
- Enfasi su alcune caratteristiche (vertici, spigoli...)
- Costruzione di solidi scheletrati (con stuzzicadenti e pongo);
- Costruzione di solidi in cartoncino.



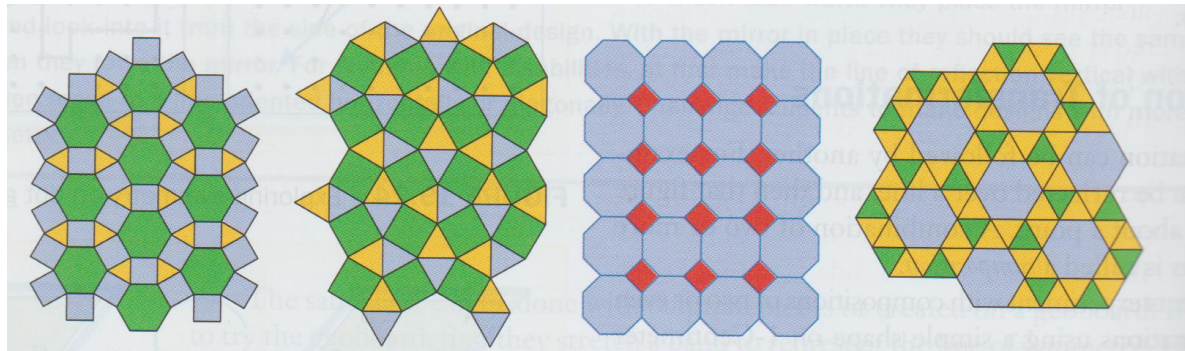
Ricoprimento di superfici: puzzle

- Puzzle con tessere varie (ritagli di poster, cartoline, illustrazioni ecc.);
- Puzzle con figure geometriche: gioco libero, riproduzione di figure, riproduzione di oggetti concreti;
- Puzzle con tessere tutte uguali;
- Tangram.



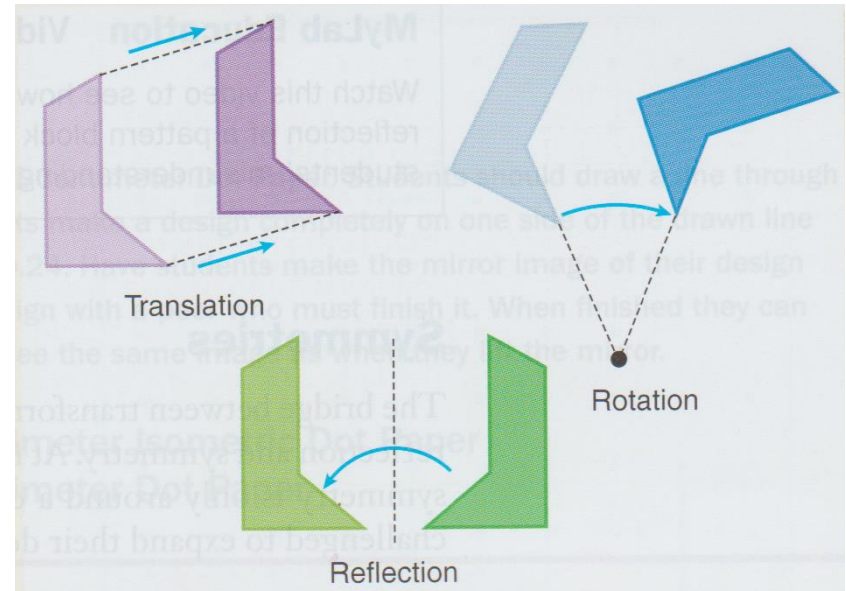
Ricoprimento di superfici: pavimentazioni

- Si possono fare con campioni di piastrelle, di moquette, di gomma o linoleum, con fogli colorati da appunti.
- **Le tessere possono avere forma diversa, ad es. triangolo equilatero o rombo;**
- Il bambino apprende a:
 - Denominare correttamente le figure;
 - Cogliere somiglianze e differenze;
 - Intuirne certe proprietà;
 - Manipolarle;
 - Classificarle.



Trasformazioni: omotetie e isometrie

- Ingrandimenti e rimpicciolimenti con la fotocopiatrice;
- **Gioco delle impronte;**
- Giochi con le simmetrie;
- **Giocchi allo specchio.**



Giochi di movimento

- **Girotondi**: successioni ordinate di azioni e gesti, localizzazione, orientamento, conta numerica (filastrocche di accompagnamento).
- **Regina reginella**: competenze relative a numero, spazio, misura; rapporto tra velocità, tempo e distanza.
- **Quattro cantoni**: orientamento, stima delle distanze, consapevolezza di proprietà geometriche (scambiarsi lungo il lato più facile che lungo la diagonale);
- **Bandierina**: corrispondenza biunivoca.
- **Campana**: padronanza nel conteggio, decodifica di numeri scritti, discriminazione parte interna/parte esterna/confine.

